

Essai sur la découverte du g et son incidence en topographie

■ Paul COURBON

En découvrant un ouvrage du baron Von Zach, sur une détermination de la déviation de la verticale dans les montagnes marseillaises en 1810, l'auteur s'est penché sur l'histoire de la gravité. Depuis que Richer constata en 1672 que le pendule de son horloge battait plus lentement à l'équateur qu'à Paris, puis en passant par Newton, Maupertuis et Bouguer, la définition de la gravité et son rapport avec la forme de la terre fut une longue aventure.

Les progrès des techniques de mesure et de la précision qui en résultait ont amené à prendre en compte la valeur de la gravité en topographie. Ce fut d'abord la définition d'un ellipsoïde nécessaire aux projections, puis la prise en compte de la gravité dans le nivellement de précision. Il y eut enfin, la définition d'un géoïde plus précis pour la détermination des altitudes avec le GPS. Les derniers progrès enregistrés dans la mesure de g nous ouvrent d'autres perspectives.

C'est à Marseille que débute cette étude

Alors que j'étudiais l'occupation religieuse d'une grotte située dans l'arrière pays marseillais, un ami me fit parvenir une gravure du début du XIX^e siècle qui représentait le prieuré bâti au XVII^e par les Oratoriens à l'entrée de la grotte. Cette gravure était extraite d'une œuvre intitulée : *L'attraction des montagnes et ses effets sur les fils à plomb ou sur les niveaux des instruments d'astronomie, constatés et déterminés par des observations astronomiques et géodésiques faites en 1810 à l'ermitage de Notre-Dame des Anges et au fanal de l'île du Planier à Marseille* [12].

Marseille entrait dans l'histoire de la science, vingt ans après que les Fédérés de cette ville soient arrivés à Paris en chantant ce qui allait devenir la Marseillaise et en attendant la gloire d'être le point d'origine des altitudes françaises ! Cependant, l'auteur de cet ouvrage ne s'appelait ni Escartefigue, ni Landolfi, mais Baron Von Zach ! Mon sang de méridional un tantinet chauvin ne fit qu'un tour. Avec l'Union Européenne, les géomètres actuels se plaignent de l'ingérence de géomètres

MOTS-CLÉS

Pendule battant la seconde, pendule de Kater, gravimètre, ellipsoïde, géoïde, altitudes normales, grille de conversion.

polonais dans les travaux en France, mais ici, déjà en 1810, un Autrichien venait marcher sur nos plates-bandes ! Qui plus est, à une époque où l'Autriche était en guerre contre les armées napoléoniennes... Mais les sciences sont comme l'art : elles n'ont pas de frontière. Nous le confirmerons plus loin en tentant une histoire de la gravimétrie.

En fait, le Baron Franz Xavier Von Zach, né à Pest en 1754 avait fait ses études supérieures en France et en Angleterre. Il mourut d'ailleurs à Paris en 1832 où il fut enterré au Père Lachaise. Après avoir fondé un observatoire astronomique à Seeberg (Saxe), il avait fait de



Baron Franz Xavier Von Zach

longs séjours dans le Midi à Hyères, puis à Marseille où il resta de 1808 à 1814. Pour l'anecdote, à Marseille il confirma et expliqua un phénomène particulier : deux fois par an, en novembre et février, de la Bonne Mère (152 m) et surtout de l'église d'Allauch (315 m), on peut voir le Canigou (2 784 m) au coucher du soleil, ce dernier se trouvant alors juste derrière le Canigou. En temps normal on ne peut voir le Canigou, ce dont on peut s'assurer avec la formule de hauteur apparente : $h \text{ (m)} = D^2 \text{ (km)}/15$, sachant qu'il y a 250 km et 260 km entre la Bonne Mère, puis Allauch avec le Canigou. En fait dans des conditions particulières, la valeur de la réfraction rend le trajet de la lumière beaucoup plus incurvé. Lors de mes travaux en Arabie ou dans le désert jordanien, avec des visées directes-inverses simultanées, j'ai obtenu des dénominateurs variant de 9 à 19, au lieu de 15 dans la formule précédente. Les géodésiens qui la nuit devaient viser des projecteurs dans une région peu accidentée, voyaient certains d'entre eux apparaître, puis disparaître entre le début et la fin des tours d'horizons.

Je me passionnais donc pour l'ouvrage du baron Von Zach que j'allais feuilleter dans la bibliothèque de l'Alcazar à Marseille, si riche en documents anciens. Nous y reviendrons plus loin. Je me piquais au jeu et la déviation de la verticale se rattachant à la gravimétrie, je recherchais un ouvrage consacré à l'histoire de cette gravimétrie jusqu'aux temps modernes. Je n'en trouvais pas. Dans l'ouvrage de J.-J. Levallois [8] on peut retrouver une partie de cette histoire, mais il faut l'extraire bribes par bribes de tout ce qui concerne la mesure de la terre.

Avec les développements du nivellement de précision et du GPS, nous nous sommes plus que jamais conscients de l'importance de la gravimétrie sur nos

L'ATTRACTION DES MONTAGNES,

ET SES EFFETS

SUR LES FILS A PLOMB OU SUR LES NIVEAUX
DES INSTRUMENTS D'ASTRONOMIE,

CONSTATÉS ET DÉTERMINÉS

PAR DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES ET GÉODÉSIQUES,
FAITES, EN 1810,

A L'ERMITAGE DE NOTRE-DAME DES ANGES,
SUR LE MONT DE MIMET,
ET AU FANAL DE L'ISLE DE PLANIER PRÈS DE MARSEILLE;

SUIVIS

DE LA DESCRIPTION GÉOMÉTRIQUE DE LA VILLE DE MARSEILLE
ET DE SON TERRITOIRE.

PAR

LE BARON DE ZACH.

AVIGNON,

CHEZ SEGUIN AÎNÉ, IMPRIMEUR-LIBRAIRE.

1814.

mesures. Je livre ci-après, un essai de synthèse.

Les prémices

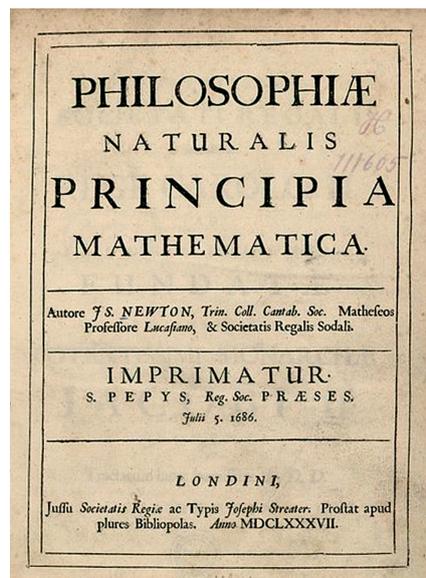
Le phénomène de l'attraction des corps a d'abord été soulevé par les astronomes. Nicolas Copernic (1473-1543), astronome et religieux polonais avait défendu et développé la théorie de l'héliocentrisme. Après lui, Johannes Kepler (1571-1630) avait complété cette théorie en découvrant que les planètes tournent autour du soleil en suivant des trajectoires elliptiques et non circulaires. Il énonça les lois du mouvement encore connues comme les lois de Kepler et toujours utilisées comme première approximation. En particulier il montra que la vitesse de rotation des planètes autour du soleil n'était pas constante mais que le mouvement se faisait à vitesse aérolaire constante.

Quant à Galilée (1564-1642), sous la pression de l'Eglise, il avait du abjurer ses convictions héliocentristes. Mais, il se rattrapa ailleurs avec ses expériences du haut de la tour de Pise, affirmant que la vitesse de chute ne dépendait pas du poids de l'objet. Il l'avait confirmé en montrant l'isochronisme d'un pendule avec une boule en plomb et d'un autre avec une boule en liège cent fois moins pesante [10, p. 6]. Son étude sur les pendules lui avait fait découvrir l'isochronisme des pendules

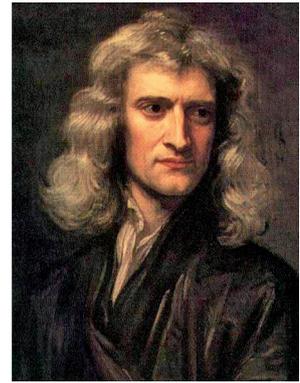
de même longueur. Il trouva aussi le rapport existant entre le temps d'une oscillation et le carré de la longueur.

Huygens (1629-1695) poursuit ces travaux sur le pendule oscillant, appliquant le principe du pendule aux horloges en 1658 (*Horlogium*). Mais il n'énonce la formule de l'isochronisme rigoureux qu'en décembre 1659. Cet isochronisme s'applique à un mouvement cycloïdal. Quand le mouvement est circulaire, comme celui d'une masse suspendue à un fil, l'isochronisme est respecté pour une amplitude de moins de 5°. Dans l'expression du temps d'une période, le coefficient lié à la longueur n'est pas encore défini rigoureusement comme facteur de l'attraction terrestre ou de l'accélération. En 1673, il publie le résultat de tous ces travaux dans *Horlogium oscillatorium*.

En 1672, Jean Richer était envoyé à Cayenne pour y mesurer la parallaxe astronomique lors d'une opposition de Mars. On voulait confirmer la distance terre-soleil, grâce à des observations de cette opposition faites aussi à Londres et Paris. Richer avait remarqué que le balancier de son horloge astronomique oscillait plus lentement près de l'équateur qu'à Paris. Il fit des mesures pour en déterminer la valeur. Cette expérience fut reprise par Edmund Halley (1656-1742) à Sainte-Hélène en 1676, suscitant



Bien que son emploi commence à décroître, au XVII^e siècle, le latin était encore la langue internationale employée par une majorité de scientifiques européens.



Sir Isaac Newton à 46 ans,
d'après Godfrey Kneller

les réflexions de Huygens et surtout de Newton. La pesanteur n'était pas encore définie par une valeur de la gravité, mais à partir de la longueur du pendule battant la seconde, comme l'avait fait Picard à Paris en 1671 (8, p. 17)

Il faut attendre Isaac Newton (1643-1727) pour compléter ces recherches et en tirer une synthèse. Plus que l'anecdote de la pomme lui tombant sur le nez, les recherches de ses prédécesseurs suscitèrent celles du grand savant ! En 1687, il publie son œuvre majeure : *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* qui marque le début de la mise en équations de la physique. Avec sa théorie de l'attraction universelle et la proportionnalité des forces et des accélérations il conclut que la somme des forces qui s'exercent sur un corps est égale à ma , où m est la masse "inertielle" (difficile à mouvoir) et a l'attraction (Newton emploie aussi force motrice). Nous arrivons à une approche de ce qui deviendra plus tard g (De nombreux auteurs historiques emploient un g qui n'existait pas encore).

Mais, les théories de Newton créent des polémiques, en particulier concernant l'aplatissement de la terre. Il fallut attendre 1736-1737 pour qu'une mission française mesure un arc de méridien en Laponie, puis 1736-1742 pour qu'une autre mesure un arc de méridien au Pérou [8]. Ces deux missions firent aussi des mesures au pendule et confirmèrent la justesse des théories de Newton. Les variations constatées en fonction de la latitude firent abandonner l'idée de définir une unité de longueur universelle à partir de la longueur du pendule battant la seconde. Il est amusant de constater



Maupertuis et Bouguer, chefs des missions en Laponie et au Pérou.

que la longueur du pendule battant la seconde à Paris est proche du mètre (0,994 m). L dépendant de g , donc de la masse M de la terre et de son rayon R , on peut faire ce rapprochement [10, pp. 97-98]

La gravimétrie

Peut-on affirmer que les mesures au pendule faites par Richer en 1672 à Cayenne, puis par Maupertuis en Laponie en 1736 et Bouguer au Pérou vers 1740 marquent les vrais débuts des expériences étayant la gravimétrie ?

La théorie newtonienne de l'attraction des masses ne s'est pas imposée en un jour. Dans la seconde moitié du XVIII^e siècle, soit presque un siècle après sa publication, elle fait encore l'objet de débats. *Qu'est-ce que la gravité ? Surgissent des questions telles que la Terre est-elle creuse ou pleine ?* Avec des partisans et détracteurs. Mais, comme nous le verrons plus loin, la précision des instruments utilisés, ou certaines lacunes dans la connaissance de phénomènes de faible ampleur ne permettront pas de répondre immédiatement à toutes les questions posées. Pour Levallois, *les théories étaient en*

avance d'un siècle et demi par rapport aux possibilités techniques permettant leur pleine application [8, p. 53]

Pendant longtemps, comme vu ci-dessus, on a exprimé la pesanteur par la longueur du pendule battant la seconde pour une oscillation simple (demi-période). Cela se retrouve avec la formule actuelle :

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

(T en secondes pour la période, L en mètre, g en Gal). Pour la période $T = 2$ s, on obtiendrait aujourd'hui $g = \pi^2 L$ ou $L = g/\pi^2$ qui exprime le rapport entre la longueur du pendule battant la seconde et la pesanteur. Au XVIII^e siècle, d'après Mairan [8], la longueur du pendule battant la seconde à Paris était de 440,57 lignes (0,994 m).

Alexis Clairaut (1713-1765) fit en 1743 [2] une synthèse générale des rapports entre la pesanteur et la forme de la terre. Avec la collaboration de Bouguer, il établit ensuite une formule donnant la valeur de la gravité en fonction de la latitude [11, p. 81].

Première application topométrique : l'ellipsoïde

La première application aux théories sur la gravité et aux mesures de l'arc de méridien, fut la définition d'ellipsoïdes nécessaires pour les calculs de projection.

Sans donner de dimensions, Newton avait évalué l'aplatissement de la terre à 1/230. Quant à Maupertuis, il n'avait pas attendu les résultats de Bouguer et la Condamine au Pérou, pour publier ses résultats après la campagne en Laponie.

L'ellipsoïde Plessis 1817, associé à la projection équivalente de Bonne, fut utilisé pour la carte d'Etat-major française (1820-1865). Il semble que ce fut le premier ellipsoïde employé en cartographie. Il fut remplacé par l'ellipsoïde de Clarke 1880 associé à la projection Lambert, pour, la nouvelle carte 1 : 50 000 en 1922.

■ La définition de g

La lettre g ne fut utilisée que plus tard dans la cinématique. Je n'ai pu trouver à partir de quand elle fut utilisée pour désigner la pesanteur. Newton avait défini la force qui s'applique à un objet par ma , il avait aussi appelé m "masse gravifique". Il fallut attendre la création du système d'unité CGS (centimètre-gramme-seconde) pour voir apparaître la pesanteur sous sa forme actuelle le gal, ainsi dénommé en l'honneur de Galilée. Le système CGS fut créé en 1874 à l'instigation de la *British Association for Advanced Sciences*. Bien que délaissé au milieu du XX^e siècle, il reste utilisé dans les disciplines scientifiques qui font appel à des petites unités.

En 1901, la *Conférence Générale des Poids et Mesures* définit une valeur normale de la pesanteur à l'altitude 0 et à la latitude 45°. Elle est de 980,665 cm/s² dans le système CGS ou 9,80665 m/s² dans le système MKS, on en déduit le kilo-poids. L'unité employée en gravimétrie et géodésie reste le gal dans le système CGS avec comme sous unités le milligal et le microgal. On constate alors que la définition de g avec six chiffres significatifs en 1901 est en rapport avec la précision des gravimètres de l'époque, décimale de luxe incluse. Signalons que la valeur de la gravimétrie à Postdam, donnée en



Comparaison WGS84, Clarke 1880 et premiers ellipsoïdes publiés					
Ellipsoïde	a m	b m	Aplatissement	$\Delta a/wgs$	$\Delta b/wgs$
Maupertuis 1738	6 397 300.0	6 363 806.3	1/191 (ou 178)		
Delambre 1810	6 376 985.0	6 356 323.4	1/308.64	1152 m	428.9 m
Plessis 1817 Fr (Carte EM)	6 376 523.0	6 355 863.0	1/308.4	1614 m	889.3 m
Everest 1830 (Inde)	6 377 276.3	6 356 075.4	1/300.8	860.7 m	676.9 m
Airy 1830 (G.B.)	6 377 563.4	6 356 256.9	1/299.3	573.6 m	495.4 m
Bessel 1841 (Europe centr.)	6 377 397.2	6 356 079.0	1/299.1	739.8 m	673.3 m
Clarke 1880 IGN	6 378 249.2	6 356 515.0	1/293.47	111.2 m	237.3 m
WGS84 (IAG-GRS80)	6 378 137.0	6 356 752.3	1/298.26	0	0



▶ 1909 par l'Association Internationale de Géodésie (AIG) était de 981,274 gal. En 1963, après compensation des réseaux mondiaux, on trouvait : 981,18040, soit un écart de 94 mgal (Ecart relatif proche de 10^{-4}). L'approche de la valeur de la gravité n'a pas été facile.

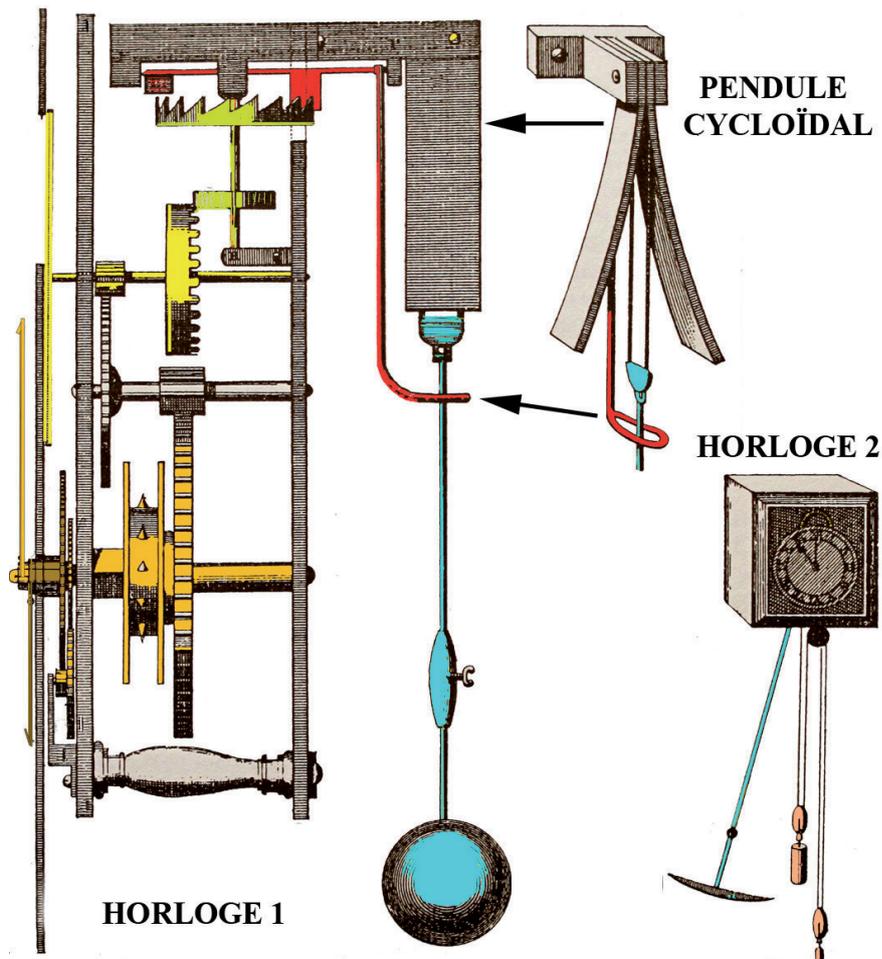
Autre remarque : en 1960, le système métrique devient enfin le système international et une nouvelle définition de certaines unités est faite. L'unité de force "kilo-poids" est abandonnée. Le kilogramme ne désigne plus que l'unité de masse, alors que l'unité de force devient le newton, donnant à une masse de 1 kg, une accélération de 1m/s^2 . L'ancien kilo-poids est alors équivalent à 9,8 newtons. Mais les us ont la vie dure et je ne vous dirai jamais que je pèse 660 newtons. Dans le langage courant, il y a toujours confusion entre la masse en kilogramme et le poids !

Le premier instrument : le pendule

Le pendule fut jusqu'à l'ère moderne le seul instrument pour mesurer la gravité. Mais, différemment de ce que l'on pourrait croire, dès Richer on n'employa pas le pendule simple théorique composé d'une masse ponctuelle suspendue à un fil sans masse, inextensible et sans raideur, nous en discuterons en infra. On vit apparaître ensuite le pendule réversible, puis le pendule inversé.

■ Précision du pendule simple

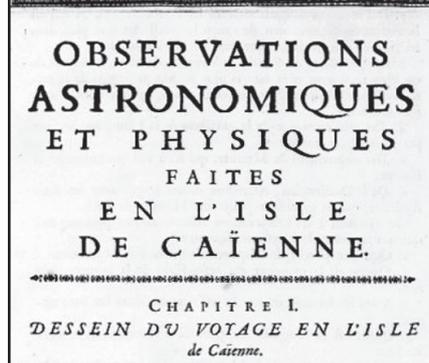
On a vu que la l'expression de la pesanteur avec le pendule dépendait de L et de T . Les problèmes de longueur liés à l'imprécision de la toise, ainsi que ceux liés à des étalons en fer et non en invar influaient sur cette expression. Jean Richer, Maupertuis et Bouguer avait utilisé le même pendule à Paris et



Horloges et pendules imaginés par Huygens. On ne voit pas sur l'horloge 1 les poids destinés à entretenir les oscillations. On peut régler la longueur du pendule pour compenser les avances et retards. Richer, puis Bouguer utilisèrent vraisemblablement des pendules de ce type. Les deux branches du pendule cycloïdal permettent une oscillation plus ample.

sur le lieu de leur expérience. Restait le problème du temps.

La mesure du temps a été longtemps le grand problème des marins et des astronomes. Les grands progrès dans



la précision des horloges se firent dans la seconde moitié du XVIII^e siècle. Même lorsque la radio permit d'avoir le temps de Greenwich, persistait les retards de réaction de l'observateur. On ne pouvait guère espérer qu'une précision de l'ordre de 2/10 de seconde. Cela a été confirmé par les records sportifs lorsque les chronométrages électroniques ont remplacé les manuels. Richer n'avait pas utilisé de pendule simple au sens rigoureux, il s'était servi du pendule de son horloge. Au Pérou, dans sa technique de mesure [8], Bouguer avait preuve d'une rigueur étonnante pour l'époque. Il comparait les oscillations de son pendule à celle d'une horloge réglée chaque jour par des observations astronomiques (passage du soleil au méridien). Il nota ainsi que son pendule accusait un retard de 11 oscillations en 58 minutes,

soit 273 oscillations par jour. Il prenait même le soin de noter les températures en vue de la correction de la longueur du pendule et celle de la pression pour évaluer la poussée d'Archimède sur le pendule ! Pourquoi 58 min ? Utilisait-il un pendule dont les oscillations s'atténaient parce qu'elles n'étaient pas entretenues par un poids et un échappement ? Ou parce qu'il ne voulait pas compter pendant 24 h ? Aucun des auteurs consultés n'a fait de description des pendules utilisés, lors des différentes expériences.

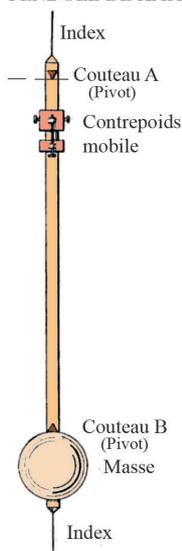
En ce qui concerne les mesures de Richer, elles diffèrent de 2×10^{-3} de celles qui furent faites en 1682 à Gorée par Deshayes. Notons encore qu'entre 1792 et 1798, Borda et Cassini effectuèrent vingt séries de mesure de la gravité à Paris avec pendule simple. Leurs résultats convertis en gals donnent 980,868, ce qui donne une différence de 0.075 gals avec les valeurs modernes ; soit une précision relative un peu meilleure que 10^{-4} (1/13 000). Au début du XIX^e siècle nous allons faire un bond dans la précision avec le pendule de Kater.

■ Le pendule de Kater

Il s'agit d'un pendule réversible que le britannique Henry Kater (1777-1835) proposa d'utiliser comme gravimètre en 1817. Il exploitait l'idée du pendule réversible exprimée par Huygens en 1658, dans *Horlogium Oscillatorium*. Associé à une horloge de précision, ce pendule permettait d'obtenir une précision relative de l'ordre de 10^{-5} .

Ce pendule consistait en un balancier rigide en métal muni de deux pivots symétriques par rapport au milieu de la barre. On pouvait faire osciller le balancier autour de l'un ou l'autre pivot. Un contrepois mobile le long du balancier permettait aussi de modifier la position du centre de gravité ; parfois, c'est la position de l'axe de rotation (pivot) qui pouvait être changée : ainsi la période d'oscillation pouvait être modifiée à volonté. Une série de mesures complexes permettait de déterminer une période égale à la période du pendule harmonique simple de la longueur de la distance entre les deux pivots. On en déduisait l'accélération de la pesanteur avec une précision, bonne pour l'époque.

PENDULE DE KATER



Le pendule de Kater fut employé jusqu'au début du XX^e siècle. Sa précision de 10^{-5} permettait d'apprécier la hauteur du géoïde à 65 m près. Ses déterminations servirent vraisemblablement à établir les ellipsoïdes les plus proches du géoïde, tel l'ellipsoïde de Clarke 1880.

En 1930, le Révérend Père Lejay mettait au point un pendule inversé avec une tige en quartz portant une masselotte fixe, un peu comme un métronome. La construction et le réglage de cet appareil étaient délicats, mais il permettait d'atteindre une précision de 10^{-6} en 20 min. Pendant dix ans, il fut l'appareil fondamental de la gravimétrie française. Jusqu'à l'ère moderne les pendules furent les instruments de base de la gravimétrie.

les gravimètres modernes

Les premiers gravimètres n'utilisant pas le pendule mesuraient l'allongement



Dans la lignée de Copernic, le R.P. Lejay fait partie des grands scientifiques religieux, parmi lesquels Georges Lemaître l'un des créateurs du big-bang et jésuite comme lui, ou Henri Breuil grand préhistorien. Ils ont fait oublier la condamnation de Galilée par des religieux obscurantistes!

d'un ressort auquel est suspendu un poids soumis à l'influence du champ de pesanteur. En 1934, on voit apparaître le gravimètre Lacoste et Romberg, d'un poids de 3 kg, il permettra plus tard d'obtenir une précision de 10^{-7} , en 1948 apparaît le Worden avec des ressorts en quartz sous vide d'une précision de 10^{-7} .

La grande évolution viendra des progrès dans la précision de la mesure du temps. Les gravimètres balistiques permettent de faire chuter sur une distance de 20 cm un objet (coin de cube) dans une chambre sous vide, d'autres gravimètres lancent le cube à 20 cm de hauteur (A-R). On utilise la technique interférométrique (laser) pour des mesures précises de distance et une horloge atomique pour les mesures précises de temps. Ces appareils coûteux sont produits en nombre restreint. Certains sont fixes du fait de leur poids et de leur installation, d'autres sont portables. Sans faire de liste exhaustive, on peut citer entre autres :

Le **FG5**, gravimètre absolu portable acquis fin 1996 par l'ensemble de la communauté gravimétrique française. Il a une précision relative remarquable (3×10^{-9}) permettant de mieux connaître le champ de pesanteur à la fois spatialement et temporellement (à très long terme). L'accélération de l'objet en chute libre est restituée par une méthode de moindres carrés à partir des couples temps-distance ; une moyenne statistique est obtenue à partir de chaque séquence de chutes successives.





Le **A10** acheté par l'IGN en 2005, en partenariat avec l'Institut de Recherche pour le Développement et l'Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP) est un gravimètre absolu Micro-g A10, d'une précision inférieure à 10^{-8} . Il fonctionne lui aussi sur le principe de la chute libre dans le vide d'un objet (coin de cube en céramique).

Mais, à côté de ces gravimètres absolus qui n'ont pas besoin d'étalonnage, on trouve les gravimètres relatifs qui déterminent des différences d'accélération entre deux points, mais ont fréquemment besoin d'un étalonnage sur les gravimètres absolus. Ces appareils sont plus légers et plus facilement transportables. C'est le cas des gravimètres Scintrex de type **CG5** et **CG3M**, donnant une précision relative de 10^{-8} .



Gravimétrie atomique. La première mesure de l'accélération de pesanteur par un interféromètre atomique a été réalisée en 1991 à Stanford (Californie). Le bilan d'exactitude du gravimètre de Stanford, achevé en

1999, donne une erreur relative sur g de $3 \cdot 10^{-9}$. Depuis quelques années, l'Observatoire de Paris et le CNRS travaillent eux aussi sur la mise au point d'un gravimètre atomique utilisant des techniques d'interférométrie atomique avec des atomes froids. Nous nous rapprochons encore plus de la précision relative de 10^{-9} .

■ A propos de la précision des gravimètres

Dans *Mesurer la terre*, J.-J. Levallois décrit (pp. 221-226) comment à partir de 1953, une coopération mondiale s'établit pour déterminer un réseau mondial avec de nombreuses liaisons. En 1968, on aboutit à une précision de 10^{-8} . Les mesures aboutissent au système IGSN 1971 (*International Gravity Standardization Network*).

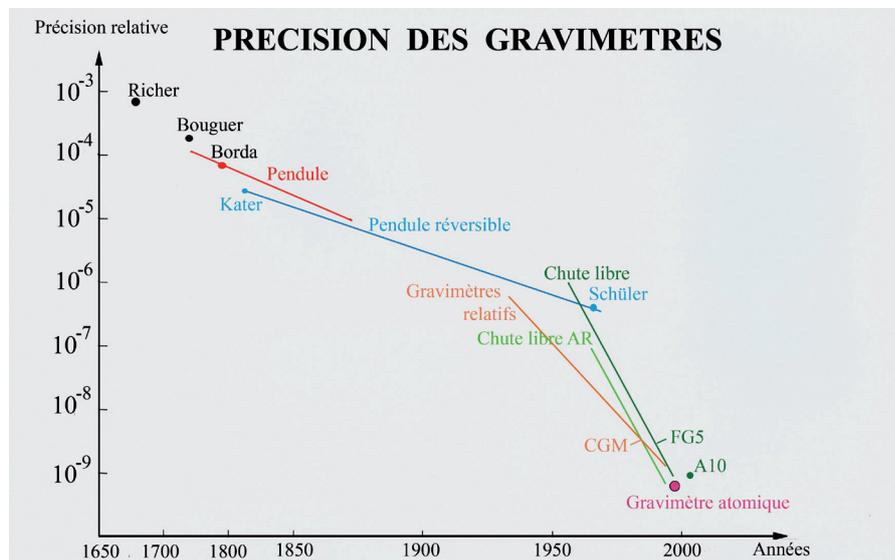
En France, le BRGM est chargé en 1959 de créer un réseau gravimétrique national. Mais en 1978 est entreprise l'observation d'un nouveau réseau avec les nouveaux gravimètres absolus et en s'appuyant sur des bases d'étalonnage précises. Les résultats sont publiés en 1983. Là encore, la précision moyenne est de 10^{-8} , permettant une définition du géoïde à 10 cm près. Tous les progrès enregistrés en électronique et en informatique vont améliorer les mesures comme vu précédemment. Les précisions atteintes vont amener une nouvelle définition du mètre, qui ne se réfère plus au mètre étalon de Sèvres et une nouvelle définition de la seconde. Quant à l'unité de masse, elle entre

dans la définition d'autres grandeurs (Ampère, mole, candela). Aussi actuellement, les recherches menées par le LNE-SYRTE (Laboratoire National de Métrologie et d'Essais / Système de Référence Temps-Espace), regroupant l'Observatoire de Paris et le CNRS, s'emploie à redéfinir l'unité de masse autrement que par l'étalon en iridium platiné du kilogramme. Ces recherches, faites en liaison avec la communauté internationale, sont lancées dans le cadre de l'expérience "Balance du watt". Elles font appel au gravimètre atomique vu précédemment.

Les progrès décrits en supra, nous amènent à une précision proche de 10^{-9} permettant d'appréhender le géoïde avec une précision qui se rapproche du centimètre! Mais quand on atteint cette précision, d'autres facteurs deviennent alors perceptibles, rendant délicate l'interprétation des mesures.

La déviation de la verticale

La densité des mesures gravimétriques actuelles permet d'appréhender les déviations de la verticale. Déjà, Newton pensait que la gravité due à la présence d'une masse montagneuse devait dévier un fil à plomb, mais avait conclu que les mesures à faire demandaient une précision inaccessible à l'époque. C'est surtout à partir des années 1770, le débat sur l'attraction newtonienne étant calmé, que les savants s'engageaient sur l'évaluation de l'attraction des montagnes pour aboutir à une





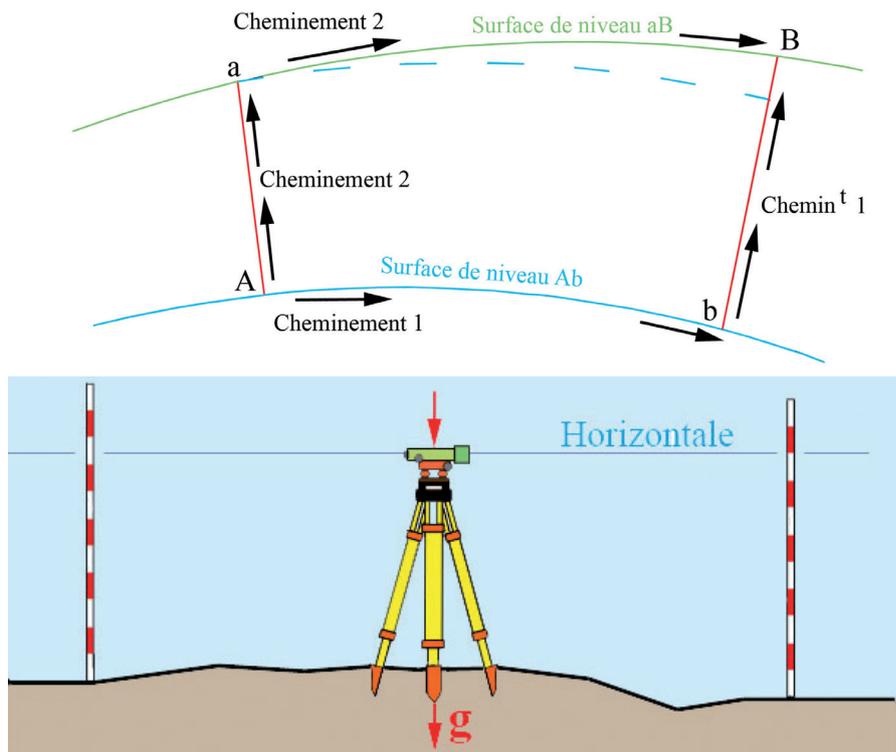
meilleure détermination de la forme de la terre.

Lors de la mission au Pérou (1737-42), Bouguer avait commencé l'exploration de cette piste en essayant de déterminer la déviation de la verticale lors des mesures qui les avaient menées à 5 000 m d'altitude, aux environs du Chimborazo (6 268 m). Il avait fait des mesures de part et d'autre de la ligne de crête de cette montagne. Mais il n'avait pas encore connaissance de l'aberration annuelle des étoiles et de la nutation découverte par Bradley pendant la mission, ce qui grevait la précision de ses déterminations astronomiques. Indépendamment de cette imprécision, il avait trouvé un résultat très inférieur à ce qu'il attendait.

L'astronome Nevil Maskelyne (1732-1811) relança les expériences en 1772 en faisant deux points astronomiques sur les deux faces opposées d'une montagne d'Ecosse : le Schiehallion. Ces deux points étaient joints ensuite l'un à l'autre par une triangulation qui permettait de déduire l'angle théorique qu'auraient du faire entre elles les deux verticales. Il déduisit la densité de la terre à partir de la déviation de la verticale constatée. Les résultats furent publiés en 1775. Mais, comme les savants de son époque, il commit l'erreur de penser que la densité de la terre était uniforme, ou presque.

Quant au baron Von Zach, il fit ses expériences dans la région marseillaise en 1810, car il estimait que pressé par la Société Royale, Maskelyne avait publié ses résultats en ayant calculé seulement 40 de ses 300 observations.

Cependant, toutes les expériences faites par les savants sur le sujet, firent trouver des déviations de la verticale plus faibles que prévu. La recherche de la compréhension de ce phénomène amena à la théorie de l'isostasie : les reliefs terrestres sont compensés en profondeur par un relief équivalent. L'épaisseur de la croûte terrestre est plus importante à l'emplacement des montagnes que sous la mer. De plus, il s'avère aujourd'hui que si la densité du granite des montagnes est de 2,7, la densité du noyau terrestre est de l'ordre de 12.



Le nivellement est une mesure mixte : une horizontale liée à la gravité donc à une surface équipotentielle et des différences de graduations orthométriques sur la mire.

Outre les erreurs sur la mesure du temps, ces déviations de la verticale ont une importance énorme sur le point fondamental d'un pays, déterminé par astronomie. Les coordonnées astronomiques de ce point sont déterminées à partir de la verticale. Or tous les points de la géodésie qui s'y rattachent, calculés sur l'ellipsoïde, ont la normale à l'ellipsoïde comme référence. Or il existe parfois des écarts importants entre le centre de l'ellipsoïde et le centre de gravité de la terre. Les géodésies de deux pays frontaliers étant rattachées à des points fondamentaux différents, elles sont injoignables. Cela avait été compris très tôt et en 1787, Français et Anglais rattachaient Paris à Londres par triangulation. Ce problème de verticale prend aussi une grande importance en nivellement.

La gravimétrie et le nivellement

Le nivellement qui paraît si simple, avec comme calcul la seule différence "visée AR-visée AV", devient plus compliqué quand il s'agit de définir la notion d'altitude. L'altitude est-elle liée à la gravité, sens de l'écoulement, de l'eau ou à la

distance verticale ? On peut concevoir une surface d'altitude égale dont tous les points sont à une distance verticale égale H du géoïde, considéré comme la surface de la mer prolongée sous les continents. C'est ce qui a été choisi pour définir les *altitudes orthométriques* en vigueur. Mais on peut aussi considérer une surface équipotentielle, telle qu'une masse tombant de tout point de cette surface jusqu'au géoïde produise un travail égal. La figure jointe montre qu'en allant d'un point A situé au sud jusqu'à un point B situé au nord, c'est-à-dire de l'équateur vers le pôle, la dénivellation trouvée n'est pas la même en fonction du chemin suivi (aA, ou bB). En fait, dans le nivellement, nous faisons une mesure "bâtarde", car la différence des lectures sur la mire correspond à une distance verticale, alors que l'horizontale définie par la bulle du niveau est équipotentielle. On comprend alors l'influence de la gravité sur le nivellement de précision.

Dans un nivellement exécuté dans une zone restreinte, 10 ou 20 km par exemple, l'erreur qui en découle est négligeable. Par contre quand on fait des cheminements de grande longueur, tel le réseau de nivellement d'un pays,





il faut apporter des corrections liées à la gravité. Nous le verrons avec le nivellement de Lallemand.

■ Les nivellements français

Paul-Adrien Bourdalouë (1798-1868) observa le premier réseau couvrant toute la France d'un réseau de mailles principales, de 1857 à 1864. Totalisant 15 000 km, sa densité de couverture était trop faible. De plus ce travail laissa apparaître certaines erreurs de méthode.

Charles Lallemand (1857-1938) établit un nouveau réseau beaucoup plus dense de 1884 à 1922. Au-delà des mailles de premier ordre, d'une longueur de 12 715 km, on poussa le travail jusqu'aux mailles de 4^e ordre, dotant la France d'un réseau d'environ 300 000 km. Ce nouveau travail fit apparaître des différences importantes avec le réseau Bourdalouë, elles portaient de 0.10 m au sud pour atteindre 0.9 m au nord et 1.1 m en Bretagne. Outre des calculs moins rigoureux, une mauvaise méthode de travail sur le terrain entraînant des erreurs systématiques, il semble qu'une part importante de ces différences était due au fait que Bourdalouë n'ait pas tenu compte de la gravité.

Lallemand fit apporter aux mesures les corrections orthométriques qui visaient à uniformiser les systèmes d'altitudes. Faute de gravimètres assez précis, il appliqua à ses corrections une pesanteur théorique déduite de la latitude. Le cours de Jean Vignal (1897-1969), professé dans le passé à l'ENSG, a traité en détail ces problèmes d'altitude dynamique et orthométrique [11, pp.70-99] et il nous donne la valeur de la correction orthométrique C_H :

$$C_H = -2\alpha H \sin 2\varphi \Delta\varphi$$

Dans cette formule, α est un coefficient tiré d'une expression de la gravité donnée par Clairaut et Bouguer, $\alpha = 2,64 \cdot 10^{-3}$

Le réseau IGN 1969 : Le réseau de base du 1^{er} ordre est remis en état de 1962 à 1969.

Les autres réseaux d'ordre inférieurs sont recalculés à partir de ce réseau de base. Les nouvelles altitudes, dites "normales" font intervenir une pesanteur réelle et non théorique comme le réseau Lallemand. Des mesures de gravité sont faites sur le premier ordre

et aussi sur le 2^e ordre en montagne. Les altitudes normales sont déduites des dénivelées corrigées à partir des mesures de gravité et d'une valeur de la pesanteur moyenne calculée en chaque point. De nouveaux répertoires sont publiés. L'origine reste calée sur le marégraphe de Marseille. Dans le centre Var, les différences d'altitude sont de l'ordre de 8 cm, mais elles atteignent 33 cm à Paris et 60 cm à Dunkerque. En 1978, la même opération est effectuée sur la Corse. En 2001, commence l'entretien du réseau en associant niveau et GPS par la méthode des triplets [3].

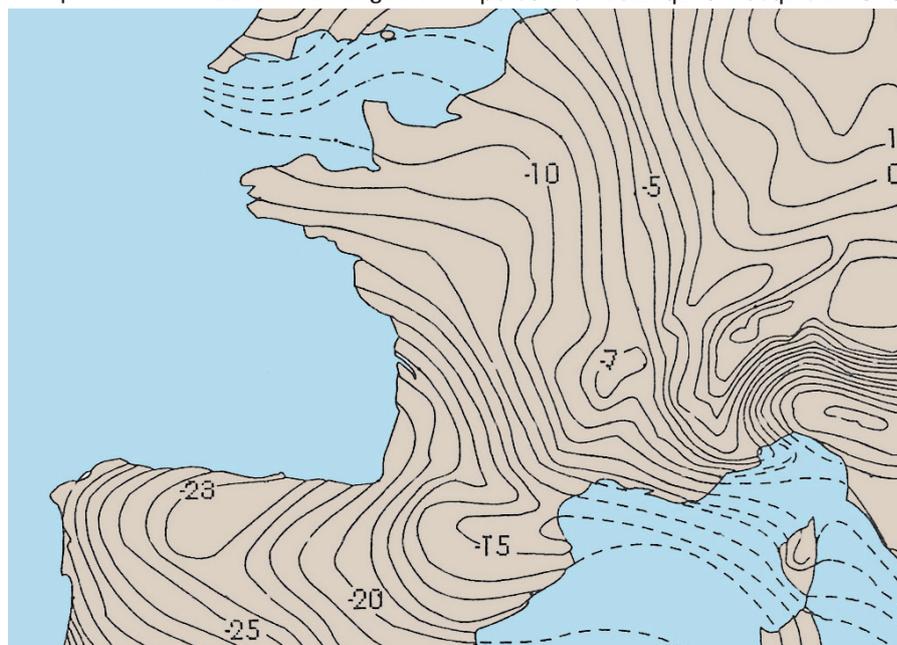
Réseau NIREF Dès 1970, on a soupçonné l'existence d'un important biais nord-sud du système NGF/IGN69. C'est l'une des raisons pour lesquelles l'IGN a décidé en 1983 d'observer une traverse de nivellement de grande précision entre Marseille et Dunkerque, à partir de la quelle a été créé un réseau de nivellement dénommé NIREF (nivellement de référence). Depuis, cette traverse a été complétée d'une autre traverse nord-sud et de trois traverses ouest-est. Mais, aucune mesure de gravimétrie n'a encore été faite sur le réseau qui évite les reliefs accidentés. Cependant, des valeurs de g ont été déterminées à chaque repère par interpolation et réduction de la gravi-

métrie dense utilisée pour le calcul du quasi-géoïde QGF98. On peut ainsi faire un calcul de cote géopotentielle et d'altitude normale. Ce réseau à but scientifique n'est pas destiné à remplacer le réseau IGN1969, ce qui créerait des problèmes avec les utilisateurs courants. Il servira entre autres, à la recherche sur les systèmes de référence verticaux et à l'unification des systèmes de référence verticaux avec un rattachement à six marégraphes français et aux réseaux frontaliers. Il contribuera ainsi au réseau européen EVRS (*European Vertical System*).

Internet. Il faut signaler le progrès apporté en documentation par la mise en ligne des fichiers de points sur Internet, ce qui permet de répercuter immédiatement toute mise à jour. Je me souviens qu'en 1988, j'avais fait le relevé 1/200 d'une route, raccordé à plusieurs repères de nivellement. Peu après, j'avais été appelé par le conducteur de travaux qui avait fait des contrôles de mon lever sur ces repères et trouvait des erreurs de 7 à 8 cm. Il s'était servi d'un répertoire de nivellement acquis par la DDE avant 1969 !

■ Gravimétrie et GPS

Là aussi, je vais égrener un souvenir personnel. Ceux qui ont acquis un GPS



Cette carte du géoïde associée au système Europe 50, montre que la correction orthométrique de Lallemand liée à la latitude (sud-nord) était erronée. Avec le GPS et l'ellipsoïde WGS84, une nouvelle carte du géoïde a été élaborée, avec des écarts différents de ci-dessus.



De 1995 à 1998, j'eus bien des problèmes de nivellement dans les zones accidentées du Sud-Est où la forme du géoïde est très tourmentée.

différentiel dès que le système devint opérationnel à 100 % (1994), ont été confrontés à ses piètres performances altimétriques. En 1995 j'effectuais le rattachement d'un lever routier, dans le Var. Je me calais au départ sur un repère de nivellement et me fermais sur un autre repère à 8 km de là. Je trouvais un écart de 40 cm en altitude qui persistait malgré ma reprise des mesures. Même mésaventure près de Nice, où entre un repère situé sur la basse corniche et un autre situé sur la haute corniche à 2,5 km de là je trouvais un écart de fermeture de 25 cm.

J'étais resté en contact avec Françoise et Henri Duquenne, lequel préparait un modèle de géoïde. En 1998, je lui envoyais une douzaine de mesures sur divers repères de nivellement du Var ; dans le calcul qu'il effectuait, les écarts allaient de 2 à 6 cm. Peu de temps après, Henri sortait son modèle de quasi géoïde QGF98 [4,5] qui associé à la grille de conversion RAF98, allait normaliser l'altimétrie GPS en France.

Le quasi-géoïde QGF98 a été calculé à partir de données gravimétriques par une méthode dérivée de celle de Stokes [6]. Une comparaison avec près de 1 000 points GPS nivelés du réseau géodésique français (RGF) permet d'estimer la précision du quasi-géoïde à 10 cm. La grille de conversion altimétrique RAF98 est dérivée de QGF98 par une adaptation aux points du RGF. Elle matérialise la référence d'altitude du Nivellement Général de la France (réseau NGF-IGN69) dans le système de référence géodésique RGF93. La précision qui résultait de l'emploi de

la grille RAF98 était de 2 ou 3 cm dans les zones peu accidentées, mais elle était moins bonne en montagne ou en Provence. De nouvelles mesures gravimétriques dans les zones sensibles et la détermination de nombreux points GPS nivelés permettaient en 2009 de créer la grille RAF09. Associée au GNSS, elle permet de s'approcher du centimètre mythique, mais l'IGN préfère annoncer une précision de 2 à 3 cm pour l'ensemble de la France. Suite à ces progrès, nous avons vu l'utilisation du GPS dans l'entretien du réseau de nivellement français, par la méthode des "triplets" [3].

Conclusion

Copernic était Polonais, Galilée Italien, Kepler Allemand, Huygens Néerlandais, Newton Britannique, Richer et Bouguer Français, la liste des différentes nationalités de la communauté scientifique ne s'arrête pas là. Aujourd'hui, des structures officielles ont remplacé ces grands noms et organisent de nombreux congrès, conférences, symposiums et colloques un peu partout dans le monde. Quand la science se cantonne à la recherche pure, elle abolit les barrières et les chercheurs sont unis par une passion commune. Comme l'art, la science n'a pas de frontière. ●

Contact

Paul COURBON
paul.courbon@yahoo.fr

Bibliographie

[1] Pierre BOUGUER, 1749, *La figure de la terre*, Ch.-Ant. Jombert, Paris

[2] Alexis CLAIRAUT, 1743, *Théorie de la forme de la terre tirée des principes de l'hydrostatique*.

[3] Alain COULOMB, 2009, *Entretien du réseau de nivellement par triplets*, XYZ n° 119, pp.39-42

[4] J. DUBOIS, M. DIAMENT, J.-P. COGNE, 2011, *Géophysique, cours et exercices corrigés*, Dunod, 249p.

[5] Henri DUQUENNE, 1998, *QGF98, a new solution for the quasi geoid in France*, 2nd symposium on the geoid in Europe, Budapest.

[6] Henri DUQUENNE, 1998, *Processus de conversion altimétriques applicables en France*, Actes des journées scientifiques du LCPC (Labo. central Ponts et Chaussées).

[7] J.J. LEVALLOIS, 1970, *Géodésie générale*, Tome 2, Eyrolles.

[8] J.J. LEVALLOIS, 1988, *Mesurer la terre*, Ed. de l'AFT, Paris

[9] Robert SIGNORE, 2008, *Histoire de la chute des corps*, Vuibert

[10] Robert SIGNORE, 2011, *L'histoire du pendule*, Vuibert

[11] Jean VIGNAL, 1955, *Nivellement de précision*, Ed. IGN, 292p.

[12] Baron de ZACH, 1814, *L'attraction des montagnes et ses effets sur les fils à plomb...*, Seguin aîné, Avignon.

ABSTRACT

Gravimetry has a major influence on topography. Before the Newton's theory, Jean Richier discovered in 1672 that his clock pendulum swung less rapidly on equator than to Paris. It was the first proof that earth was not spherical, but ellipsoidal. The first topographical application was the determination of an ellipsoid for the projections at the beginning of the XIXth century. The author describes the evolution of the gravimeters and of their accuracy, from XVIIth to XXth century.

The progresses of the gravimetry measurements permit to get an accurate geoid model and to determine exactly its influence on precise leveling. In France, appeared in 1969 a new precise leveling network with "normal elevations" computed with a correction tied to this new geoid model. Still in France, appeared in 1998 a more precise geoid model, with a conversion grid to get a good accuracy in Z with the GPS.