PETITE HISTOIRE DES CACULS

Paul COURBON

Le mot *calcul* vient du latin *calculus* qui signifie caillou. Les premiers calculs se faisaient en effet avec des petites pierres. Il nous reste de cette étymologie les calculs rénaux !

De nombreux auteurs ont étudié les sciences dans l'Antiquité, décrivant comment Ératosthène avait déterminé la circonférence de la terre ou comment Hipparque de Nicée aurait été à l'origine des premières valeurs d'une fonction trigonométrique. Mais souvent, le détail des calculs est laissé de coté. Vous êtes vous demandé comment les romains faisaient pour diviser XMVIICLXXI par CCLI ?

Dans les années 1950, le programme de mathématiques de la terminale *Mathélem* des lycées comportait un cours d'arithmétique théorique où l'on décortiquait la logique des opérations élémentaires : additions, soustractions, multiplications, divisions, racines carrées. Il s'avérait que la théorie des quatre premières opérations que nous pratiquions depuis l'école primaire n'était pas si simple que cela à exprimer.

A une époque où les calculatrices n'avaient pas fait leur apparition, les calculs mentaux étaient à l'honneur. Certains d'entre nous faisaient des concours et il y avait des tas d'astuces pour calculer plus vite de tête. L'apprentissage par cœur des tables de multiplication jusqu'à 20 par 20 à l'école primaire était à l'honneur et on apprenait aux élèves les moins doués à compter avec leurs doigts.

L'informatique a mis toutes ces pratiques au placard et je suis étonné chaque fois qu'un de mes interlocuteurs, incapable de donner son propre numéro de téléphone, doit pianoter sur le registre de son portable pour l'obtenir! Paradoxe de l'informatique qui d'un coté demande une agilité d'esprit nouvelle et d'un autre incite à la paresse des neurones !

PREMIER APERCU DES CALCULS

Le calcul a-t-il commencé avec l'accession à l'abstraction des nombres, c'est-à-dire à la distinction entre le chiffre lié à un objet (8 cailloux, 8moutons) et l'expression donnant un signe distinctif pour ce même 8, sans objets associés ? Ce n'est pas du tout évident.

Les bases

Dès que la notion de chiffre a été acquise, est apparue la notion de base. La base dix est la plus intuitive, car elle correspond à nos dix doigts, lesquels ont constitué notre première machine à compter. Si nous n'avions eu que huit doigts, notre numération aurait sans doute une base huit ! On a aussi retrouvé dans certaines ethnies des bases 20 correspondant à nos doigts et orteils ; nous la retrouvons dans notre langage pour compter de 1 à 20 ; ce n'est qu'à partir de 20 que nous entrons dans la base 10 en disant *vingt-et-un* !

Plus difficile à expliquer est l'adoption de la base 60 que nous retrouvons encore dans les heures et dans les angles. Plusieurs hypothèses ont été émises, mais aucune ne donne entière satisfaction, et il serait trop long de les développer dans le cadre de cet article. Elle est plus lourde à employer, car elle demande 60 signes différents de 1 à 60 ; mais nous verrons qu'elle a souvent été associée à la base 10 éviter cet inconvénient.

De cette base 60 a dérivé une base 12 que nous retrouvons non seulement dans les mois, mais aussi dans certaines monnaies (12 pence dans un shilling), dans les longueurs : 12 pouces dans un pied chez les Britanniques, en France, l'ancienne toise était divisée en 6 pieds, le pied en 12 pouces, le pouce en 12 lignes et la ligne en 12 points. On la retrouve encore dans l'usage courant avec la douzaine d'œufs ou d'huîtres !

Certains se sont demandés si l'origine de ces bases n'était pas mystique ou religieuse (les 12 apôtres).

L'écriture

Elle a constitué une grande avancée en apparaissant à la fin du IV^{e} millénaire avant notre ère par les Sumériens. Une étape importante est franchie vers 3.000 avant J.C. lorsqu'on commence à utiliser des signes pour leur valeur phonétique. Ce ne sont plus seulement des dessins et l'écriture commence à être en adéquation avec la langue parlée. Le signe devient un son. C'est à cette époque qu'apparaissent les chiffres cunéiformes qui remplacent les chiffres archaïques connus depuis 3.200 environ avant J.C.

L'alphabet apparut au XIII^{e} siècle avant J.C. sur les côtes syriennes (Ugarit) sous une forme cunéiforme. Mais c'est l'alphabet phénicien, inventé vers 1.000 av. J.C. qui fut répandu autour de la méditerranée et donna naissance à la plupart des alphabets connus. Cet alphabet fut alors employé pour la numération. On en retrouve des traces dans des inscriptions sémitiques du VIII^{e} siècle avant J.C. Quant à la numération alphabétique grecque, elle remonte, au moins, au V^{e} siècle avant J.C.

Les supports

L'argile fut à partir du IV^{e} millénaire avant J.C. le principal support de l'écriture. D'innombrables tablettes portant des textes écrits en cunéiformes ont été retrouvées en Mésopotamie et en Syrie. Une tablette d'argile de 2.650 avant J.C. nous donne le premier témoignage connu de division de l'histoire.

Les premières opérations véritablement complexes remontent aux astronomes babyloniens (3000 av. JC), puis aux géomètres égyptiens (1800 av. JC). Plus tard, les grecs s'intéressèrent davantage à la logique du raisonnement et à la géométrie qu'au calcul arithmétique proprement dit. Des méthodes, appelées aujourd'hui algorithmes, permettaient le calcul qui pouvait aussi être exécuté au moyen de jetons ou d'abaques.

Beaucoup plus tard, au VII^{e} siècle, le savant et astronome indien Brahmagupta ouvre la voie au calcul moderne en posant les bases de la numération actuelle. Dans cette nouvelle numération dite de position, chaque chiffre occupe une place qui correspond à son ordre décimal, l'absence d'un ordre étant marquée par le chiffre zéro. Mais, il fallut attendre longtemps avant que les possibilités de cette nouvelle numération ne soient vraiment exploitées.

Le zéro et les chiffres indiens furent importés par les Arabes en Espagne au VIII^{e} ou au IX^{e} siècle, puis transmis à Europe chrétienne aux environs de l'an mil par Gerbert d'Aurillac (devenu le pape Sylvestre II) ; ils mirent longtemps à s'imposer. Au début, les chiffres indiens (que nous appelons arabes) servirent surtout à marquer les jetons d'abaque de 1 à 9 ! La pratique des opérations arithmétiques écrites que nous connaissons n'arriva que beaucoup plus tard et le calcul aux jetons survécut jusqu'au début du XIX^{e} siècle malgré l'apparition des logarithmes décimaux… Cela nous amène à préciser que suivant les besoins on n'avait pas recours aux mêmes types de calcul. Il n'y avait aucun rapport entre les méthodes de calcul utilisées par un commerçant ou un comptable et celles utilisées par un astronome ou un géographe ! C'est d'ailleurs toujours le cas, un comptable n'utilisant pas la trigonométrie, les calculs d'erreurs ou les systèmes de représentation! Dans les lignes qui suivent, nous allons donner en premier lieu un aperçu du calcul en général, avant d'aborder les calculs propres aux géographes. Dans le cadre de la place limitée permise par un article, nous nous limiterons à un aperçu, sans entrer dans les démonstrations. Nous recommandons aux lecteurs intéressés l'oeuvre monumentale de *Georges Ifrah* (2 tomes totalisant 2052 pages), citée en bibliographie et qui entre beaucoup plus dans le détail que je ne le ferai. Elle est complétée par l'ouvrage *Histoire d'Algorithmes* de *J.-L. Chabert*. On peut encore citer *René Taton*, historien des sciences qui a publié dans un *Que Sais-je* à ce sujet.

LA NUMERATION

Qui dit calcul, dit chiffres. Je me limiterai à la numération des civilisations proches de notre Méditerranée. Les Suméro-Babyloniens utilisaient le système décimal de 1 à 59, puis le système sexagésimal ensuite. Ils employaient un signe ressemblant à un clou pour les unités et à un chevron pour les dizaines. A partir de 60, l'emploi de la numération sexagésimale employait les mêmes signes, ce qui créait parfois des ambiguïtés, corrigées par la suite par une orientation différente des clous.

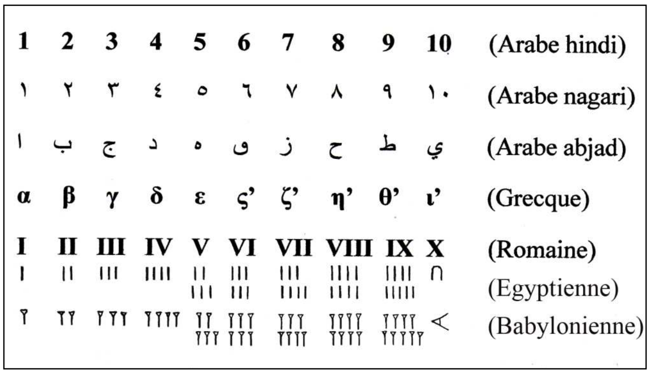


Fig. 2 :Les écritures égyptiennes et babyloniennes restent sommaires pour les nombres de 1 à 10.

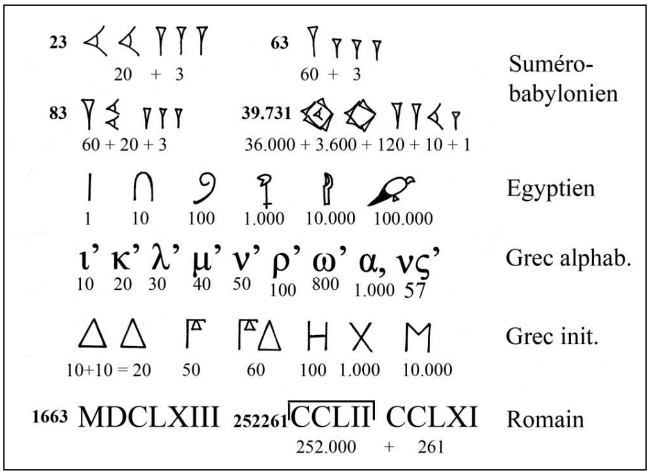


Fig. 3 : Sans zéro et sans numération positionnelle, les grands chiffres étaient difficiles à écrire.

Les Egyptiens utilisaient un système numérique de base 10 et avaient dans leurs hiéroglyphes des signes distinctifs pour 1, 10, 100, 1000, 10.000, 100.000 et 1.000.000.

Les Hébreux et les grecs utilisaient les lettres de leur alphabet. Pour ces derniers : α pour 1, β pour 2, γ pour 3,…, toujours en base 10. Mais, les grecs utilisèrent aussi une autre numérotation utilisant les initiales majuscules des noms de nombres, par exemple Δ pour 10 (deca). Les Romains, toujours en base 10, utilisèrent aussi les lettres, mais d'une manière différente que nous avons tous apprise. Cependant, au-delà des milliers (M), ils étaient limités pour les grands nombres. Ils avaient alors imaginé une notation, pas toujours facile à interpréter et l'histoire cite des cas de litiges qui en ont résulté quand ces nombres concernaient des sommes d'argent !

L'écriture arabe est issue de l'Araméen et son alphabet n'apparaît que vers 500 après J.C. Grâce au Coran, elle est sous sa forme actuelle depuis le VII^{e} siècle, avec des différences mineures suivant les pays. Pendant longtemps a coexisté dans les pays arabes une numération issue de l'alphabet, la numération abjad, de base sexagésimale, souvent utilisée à des fins mystiques, puis la numération issue de leurs contacts avec les Indiens (numération nagari). C'est cette dernière numération qui est actuellement employée et , bien qu'ayant la même origine que la nôtre, elle écrit plusieurs chiffres différemment..

Nos chiffres, que nous appelons *arabes,* sont appelés *hindis* par les Arabes; ils ont connu plusieurs évolutions et ne sont sous leur forme actuelle que depuis le XVI^{e} siècle.

Le système positionnel

Comme vu précédemment, ce système donne à un chiffre une valeur variable en fonction de sa position dans le nombre (il pourra indiquer les dizaines, ou centaines, ou milliers…).Il apparaît vers 2000 avant J.C., en Mésopotamie toujours. Chez les Séleucides (IV^{e} siècle avant J.C.) apparaît la première approche de zéro dans le système positionnel. C'était plus exactement une variante graphique qui permettait de remplacer une puissance de 60 venant à manquer. Mais, ce n'était pas le nombre zéro. En fait, le système positionnel n'arrivera réellement qu'avec l'apparition du zéro au Moyen Âge.

ALGORITHMES, JETONS, ABAQUES

Algorithmes

Un algorithme énonce la résolution d'un problème sous la forme d'étapes ou d'une série d'opérations à effectuer. Bien que des algorithmes aient existé auparavant, ce mot, déformé par la latinisation, tire son origine du mathématicien perse *Al Khuwarizmi* (env. 780-850 de l'ère chrétienne). Il fut l'auteur d'un ouvrage qui décrivait des méthodes de calculs algébriques et dans lequel il introduisait le zéro des Indiens. Je rappelle qu'en Arabe zéro se dit *sefr*, qui devint *zefiro* en Italien avant de devenir zéro. L'œuvre d' *Al Khuwarizmi* a donné naissance à l'algorisme du Moyen Age.

On a retrouvé des utilisations d'algorithmes dès l'époque des Babyloniens, pour des calculs concernant le commerce et les impôts. Bien qu'aucune description des méthodes employées ne nous soit parvenue, elles ont pu être reconstituées à partir des documents de calcul retrouvés. Les Babyloniens multipliaient en utilisant la duplication que nous verrons plus en détail avec les Egyptiens. Leurs divisions s'effectuaient en deux étapes : le calcul de l'inverse du diviseur, puis la multiplication du dividende par cet inverse. Ils nous ont laissé de nombreuses tables de multiplication ou d'inverses qui les aidaient dans leurs calculs.

Les Egyptiens, outre les nombres entiers, utilisaient la fraction 2/3 et les inverses des entiers que nous appelons quantièmes. Ainsi, une fraction pouvait être la somme d'un entier et de quantièmes : 140/42 = 2 + 2/3 + ½ + 1/6 (en explicitant : 84/42 + 28/42 + 21/42 + 7/42). Pour la multiplication, ils utilisaient la duplication (multiplication par 2 en utilisant les puissances de 2 contenues dans l'un des nombres à multiplier) et pour la division la dimidiation (division par 2, de la même manière). Il existait des tables pour simplifier les calculs.

Exemple de duplication égyptienne

Choisissons une multiplication simple : 421 par 15

On peut décomposer 15 en $1 + 2 + 2^2 + 2^3$

421 x 15 devient : $421 \times (1 + 2 + 2^2 + 2^3)$

Les multiplications par 2 sont faciles à faire

1	421
2	842
2^2	1684
2^3	<u>3368</u>
	6315

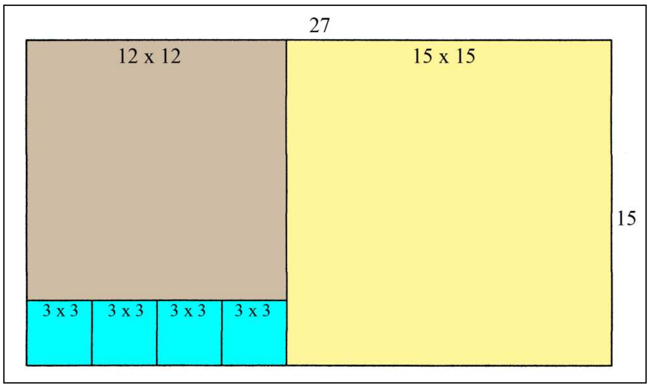


Fig. 4 : Illustration de l'algorithme d'Euclide avec les entiers 15 et 27

Chez les grecs, un algorithme resté célèbre est celui d'Euclide, qui permet de trouver le plus grand diviseur commun de deux nombres. En assimilant un couple d'entiers à un rectangle, leur PGCD est la longueur du côté du plus petit carré permettant de carreler entièrement ce rectangle. L'algorithme décompose ce rectangle en carrés, de plus en plus petits, jusqu'à un reste nul.

De nombreux algorithmes ont existé, correspondant souvent à des besoins précis, comme le calcul des carrés ou des racines carrées obtenu par approximations successives en encadrant un nombre par deux carrés connus. Certains correspondent à des calculs mentaux, d'autres correspondent à des calculs écrits. Ces calculs écrits correspondaient aux supports : certains par effaçage, d'autre sans effaçage. Certains faisaient intervenir la mémoire pour les retenues, d'autres non.

Les abaques et jetons

Cependant si l'algorithme est une méthode pour mener à bien un calcul écrit ou mental, il y a eu d'autres méthodes. Comme nous l'avons vu, les premiers calculs se faisaient avec des cailloux, coquillages, billes, ou bâtonnets. Ils furent remplacés par des jetons servant au calcul pratiqués sur des tables appelées abaques, mais on ne sait exactement quand ce nouveau mode de calcul fit son apparition. En Iran, la découverte d'une brique portant des divisions en lignes et colonnes permet de supposer que l'abaque était connu des Assyro-Babyloniens.

Abaque vient du mot grec *abax* (αβαξ) qui devint *abacus* en Romain. Les premiers abaques n'avaient rien à voir avec les abaques formées de courbes que nous avons encore utilisés récemment, par exemple pour introduire dans les premiers distancemètres électroniques une correction par km en fonction de la température et de la pression. Chez les Romains, c'était à l'origine des tables recouvertes de sable que l'on pouvait effacer d'un revers de la main. Des grecs, Romains et Etrusques nous sont parvenus des abaques formés de lignes ou colonnes où des jetons prenaient des valeurs différentes selon leur place. Ces lignes et colonnes pouvaient être gravées sur une table.

Les Romains améliorèrent les abaques en disposant les jetons dans des glissières, faisant penser aux bouliers qui ne vinrent que plus tard, au XVI^{e} siècle en Chine par exemple. Cet instrument de calcul leur permit de surmonter la com-

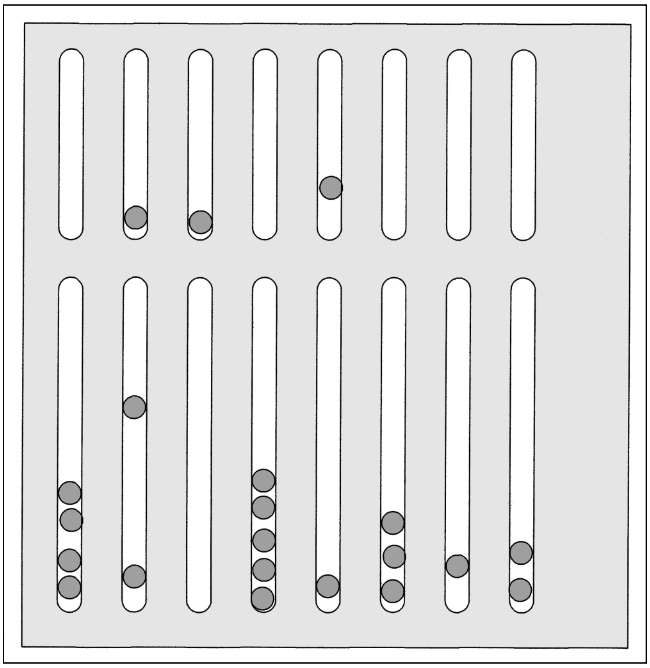


Fig. 5 : Reconstitution d'un abaque romain de la dernière génération, préfigurant l'arrivée des bouliers.

plexité rédhibitoire de leur système de numération que j'esquissais en début d'article.

Dans un premier temps, cet abaque romain était constitué d'une table, partagée en plusieurs colonnes rainées, représentant chacune une puissance de 10. On pouvait disposer des jetons ou billes dans la colonne adéquate. Par la suite, on ajouta au-dessus de chaque colonne d'autres rainures pouvant contenir cinq unités de la puissance de 10 associée.

L'addition et la soustraction étaient simples à exécuter, la retenue s'effectuant en remplaçant 10 jetons d'une colonne par un jeton de la colonne suivante. La multiplication, plus compliquée, était souvent effectuée avec la méthode de duplication des Égyptiens, décrite précédemment.

LE MOYEN AGE

Comme le latin pour les écrits savants, les chiffres romains étaient toujours employés. Nous avons vu que vers l'an mil, Gerbert d'Aurillac rapporte les chiffres arabes de son séjour de trois ans en Espagne, au milieu des musulmans. Il les introduit dans un nouvel abaque à arcs et colonnes, utilisant les chiffres, mais il n'apporte pas encore les opérations écrites. Cet abaque disparaîtra rapidement après sa mort.

Lors des croisades, jusqu'au XIII^e siècle, l'Occident s'initie plus ou moins bien au calcul algorithmique. Ceux qui reviennent des croisades avec le système d'écriture décimale facilitent son assimilation en Europe. En 1202, *Leonardo Fibonacci*, dit *Leonard de Pise*, publie le *Liber Abaci* (ou abbaci) ou il présente les chiffres arabes et le système d'écriture décimale positionnelle. Il décrit les calculs ainsi rendus possibles, par exemple, la technique de multiplication par jalousies. Fils d'un commerçant au Maghreb, son livre s'adressait en premier lieu aux commerçants…et ensuite aux savants !

Les tableaux

Ils correspondent à la technique de calcul qui a été la plus répandue dans le monde entier. Bien que reposant sur un même principe mathématique d'additions par diagonales, elle comporte quelques variantes dans sa conception et dans son appellation : *par grillages, par filets, par jalousies*. Dès le X^e siècle, le Damascène *el Ulqlidisi* (920-980) rapporte d'Inde un algorithme de multiplication à base de cases, qui sera perfectionné par les autres mathématiciens arabes, le Marocain Ibn al-Banna, entre autres. Nous avons vu son apport en Europe par *Fibonaci* en 1202. J.L. Chabert nous rapporte un tableau inclus à

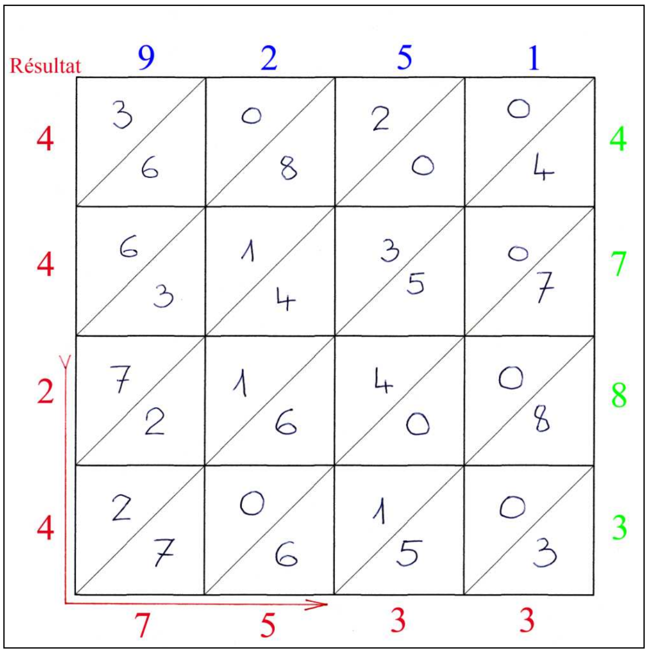


Fig. 6 : Type de tableau employé au XV^e siècle. En bleu le multiplicande, en vert le multiplicateur. En rouge, le résultat obtenu par addition des chiffres des diagonales, sans oublier la retenue! On commence le calcul par la case en bas, à droite où 0-3 est le résultat de 3 fois 1(pas de retenue); 1-5 correspond à 3 fois 5 (je pose 5 et retiens 1)

un manuscrit écrit en latin, vers 1300 en Angleterre. Il concerne la multiplication de 4 569 202 par 502403 ! L'exemple ci-joint, nous épargnera de longues explications.

Cependant, les algorithmes de calculs, si astucieux soient-ils, ne s'imposeront pas complètement. Comme nous l'avons écrit, l'abaque perdurera jusqu'à la Révolution française et à l'adoption du système métrique. L'école abaciste, favorable au calcul par les abaques, s'opposera longtemps à l'école algoriste développant les calculs algorithmiques. Il est amusant de rappeler l'origine du titre britannique : *Chancelier de l'Échiquier* attribué au ministre des finances. Le mot Échiquier se rapporte à l'abaque en forme d'échiquier qui servit jusqu'au XVIII^e siècle à faire le calcul des impôts chez nos voisins!

Autre rappel amusant : après avoir découvert les logarithmes en 1614, l'Écossais *Neper* mit au point un jeu de quatre bâtons mobiles, imprimé sur chaque face, permettant de réaliser rapidement des multiplications grâce à un codage astucieux correspondant au calcul par diagonales des tableaux précédents. Faciles à fabriquer et peu coûteux, les bâtons de Neper furent populaires dans toute l'Europe pendant plus de 200 ans ! Alors que les logarithmes étaient réservés aux savants, les bâtons étaient utilisés pour les calculs courants.

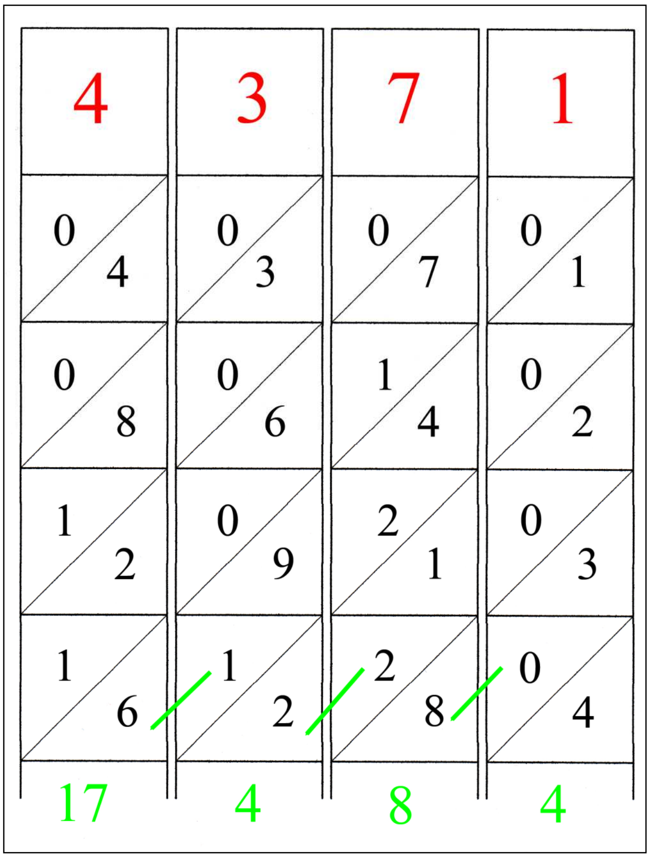


Fig. 7 : Multiplication de 4371 par 4 avec les réglettes de Neper. On a placé cote à cote les 4 baguettes correspondant aux chiffres 4, 3, 7, et 1. Le résultat s'obtient en additionnant les chiffres de la seule rangée 4, diagonale par diagonale.

LA PERIODE MODERNE

L'abaque disparaît après la Révolution française, avec le développement de nouvelles méthodes se rapprochant de celles qui nous ont été inculquées à l'école primaire, l'apparition du papier bon marché ainsi que l'adoption du système métrique. Il faut dire qu'en supprimant de nombreuses conversions entre les unités, le système métrique a simplifié les calculs…sauf dans certains pays anglo-saxons toujours attachés aux pouces, pieds, yards, miles, pintes, gallons, acres, onces, livres (système *avoirdupoids*) et chez nos amis britanniques qui n'ont abandonné les 12 pence et 20 shillings de la livre au profit des cents que très récemment ! Vous rappelez-vous les manipulations du système sexagésimal avec des calculs sur l'heure et les vitesses, qu'on nous infligeait à l'école primaire ? La France est l'un des rares pays à utiliser le grade comme unité angulaire (*) et il a aussi fallu l'arrivée de l'informatique pour décimaliser les degrés, sauf en ce qui concerne les coordonnées géographiques dont le calcul, avant le GPS, était lié au temps!

(*) Allez acheter un théodolite en Suisse sans préciser que vous le désirez en grades, ou même en France, achetez tout simplement une boussole-clisimètre SUNTO fabriquée en Finlande, sans spécifier que vous voulez absolument des grades. Que les puristes me pardonnent de ne pas utiliser les gons, combiens d'entre nous expriment-ils leur poids en newtons !

La décimalisation

L'idée des fractions décimale est très ancienne, mais elles ont longtemps cohabité avec d'autres fractions, telles que les fractions sexagésimales. Nous avons vu précédemment les hérésies non décimales qui perdurent encore ! Pour que les fractions décimales soient pensées sans ambiguïté et se généralisent, il fallait qu'apparaisse la numération décimale et positionnelle. Il fallait aussi que le sens concret attaché aux nombres en tant qu'unité (longueur, poids, têtes de bétail) fasse place à une notion plus abstraite, indépendante de tout système d'unité. La sauce décimale mit près d'un millénaire à prendre ! Au XIII^e siècle, on commençait à maîtriser les fractions décimales, mais il fallut attendre 1585 pour que le Flamand *Simon Stevenin* publie son ouvrage *la Disme*, introduisant une écriture décimale qui libérait de la manipulation des fractions.

Les nombres négatifs et les signes

Le nombre négatif peut décrire des valeurs placées sur une échelle au-dessous d'une référence, telle que la température zéro, ou un niveau d'eau, par exemple. En trigonométrie, les valeurs naturelles peuvent être négatives en fonction du quadrant du cercle.

La première apparition connue des nombres négatifs apparaît en Chine avec *Jiu zhang suan-shu* (IIe siècle av. J.-C). En Inde, *Brahmagupta* (VII^e siècle) utilise les nombres négatifs dans la résolution de l'équation du second degré et sa solution ; mais son vocabulaire reste celui du commerce (un nombre négatif est une dette, un nombre positif une richesse)

Quelques siècles plus tard, dans les écrits du mathématicien perse *Abu al-Wafa* (940 - 998), on voit apparaître des produits de nombres négatifs par des nombres positifs. Cependant le nombre reste encore attaché à des quantités physiques et les mathématiciens occidentaux résistent au concept du nombre négatif, sauf comme toujours, dans le contexte commercial où on peut l'associer à des dettes. Bien que dans les tables de 0 à 90° des sinus, cosinus et tangentes, il n'y ait pas de valeurs négatives, on conçoit l'importance qu'a pu avoir l'acceptation du nombre négatif dans la trigonométrie ! En fait, l'acceptation des valeurs négatives dans les calculs courants ne serait arrivée qu'au XIX^e siècle. On peut le constater au XVIIe siècle : dans les tables de logarithmes de *Neper* et *Briggs* éditées en 1628, il n'y a aucune valeur négative pour les logarithmes de nombres inférieurs à 1. On a rajouté 10 aux logarithmes angulaires. Log sin 1° qui s'écrit aujourd'hui -1,7581… est marqué 8,2419…(10-1,7581…). Retranchait-on 10 à la fin des calculs ? ? Cela se retrouve encore dans les tables de *Borda* et *Delambre* de 1800 !

Il faut préciser que, d'après M. V. Marchand, les signes + et – n'ont remplacé p et m qu'en 1489 (Johann Widman), le signe = n'est apparu qu'en 1557 (Robert Recorde), le signe x de la multiplication qu'en 1632 (William Oughtred).

Le boulier, la Pascaline et les machines à calcul

On cite souvent le boulier chinois qui a facilité de nombreux calculs. D'après J.L. Chabert, il ne fut couramment utilisé en Chine qu'à partir de la seconde moitié du XVI^e siècle. En Europe, Wilhelm Schickard inventa en1623 une *horloge à calcul* dont le modèle unique fut détruit par un incendie en 1624.

En 1645, *Pascal* fit réaliser une autre calcu-

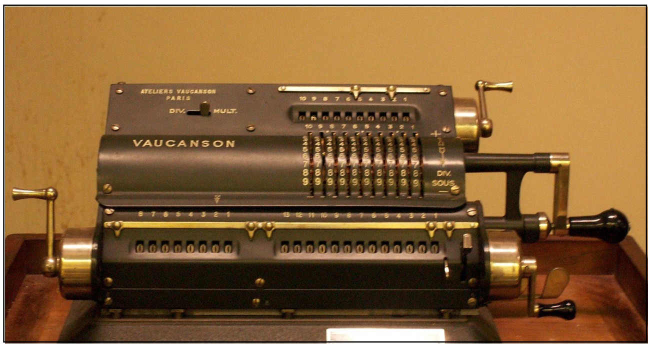


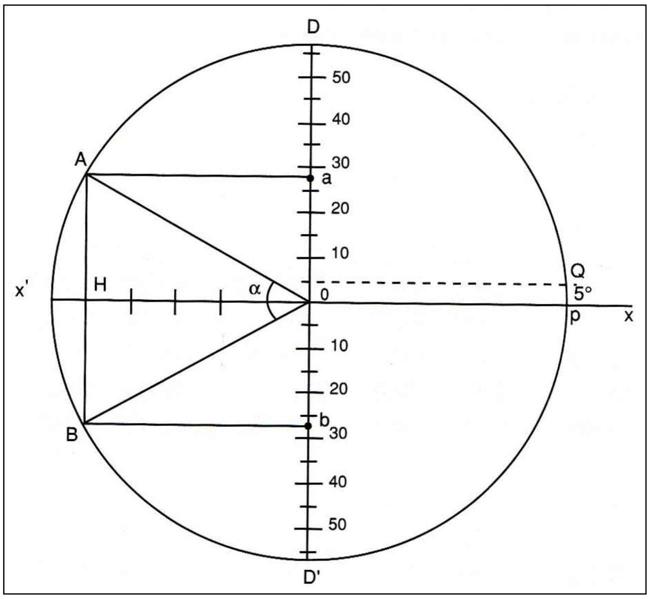
Fig. 8 : a machine à calcul Vaucanson utilisée à l'IGN jusque dans les années 1970. On pouvait introduire jusqu'à 10 chiffres significatifs et obtenir des résultats à 13 chiffres

latrice mécanique appelée *Pascaline*. Mais, en réalité, elle ne permettait que les additions ou les soustractions, ou des multiplications par répétition. Elle ne donnait que six chiffres et, difficile à réaliser, ne connut pas de succès. En 1820, le Français *Thomas de Colmar* invente l'*Arithmomètre*, la première machine à calculer mécanique à rencontrer un succès commercial. Produite en série à partir de 1851, elle lance l'industrie de la calculatrice mécanique. Plusieurs types de machine sortiront à partir de 1880.

A l'IGN, dans les années 1950, les machines les plus utilisées étaient la *Vaucanson AVB13*, produites depuis 1940, qui permettait d'obtenir des résultats avec 13 chiffres significatifs. On trouvait aussi la *Facit* de fabrication suédoise ou la petite *Curta*. Toujours dans les années 1950, le centre de calculs IGN de la rue Kléber, était équipé de calculatrices manuelles ou électriques de marque FRIDEN ou MONROE, plus performantes.

Au XX^e siècle, la généralisation de ces machines permit de faire les calculs trigonométriques avec les tables de valeurs naturelles et de s'affranchir des tables de logarithmes, qui ne furent cependant jamais entièrement abandonnées, nous le verrons plus loin.

Fig. 9 : La table des sinus construite par Ptolémée. Sont reportés sur le diamètre DD' la longueur des arcs en degré mesurés sur le cercle (fig. R. D'Hollander). SIN α/2 = 0a.



LES ASTRONOMES ET GEOGRAPHES

Les astronomes et géographes travaillent sur les mesures angulaires et les calculs qui en découlent dépassent les opérations de base courantes. La trigonométrie, qui permet ces calculs, est l'outil indispensable, au début aux astronomes et géographes, ensuite aux géodésiens et topographes. Elle introduit des calculs plus complexes que ceux liés aux activités économiques de base.

LA TRIGONOMETRIE

Dans son ouvrage *Les sciences dans l'Antiquité, Raymond D'Hollander* nous décrit en détail comment *Hipparque de Nicée* (-185, -125) avait déterminé les valeurs des sinus de 7°30 en 7°30. Il construisit la première table trigonométrique sous la forme de table de cordes, faisant correspondre à chaque valeur de l'angle au centre (avec une division du cercle en 360°), la longueur de la corde interceptée dans le cercle, pour un rayon fixe donné. Ce calcul correspond, d'une certaine façon, à ce que nous appelons aujourd'hui une table des sinus. Toutefois, les tables d'*Hipparque* ne sont pas parvenues directement jusqu'à nous, elles nous ont été transmises par *Ptolémée*, qui les publia, vers l'an 150 dans son *Almageste*, avec leur mode de construction . Il est intéressant de savoir que les Arabes traduisirent *Ptolémée* dès le IX^e siècle et que c'est à partir des traductions des versions arabes que l'Europe occidentale le redécouvrit.

Il semble que *l'Almageste* fut la première approche de la trigonométrie, mais il fallut attendre les Indiens (*Aryabhata* (476-550) et autres, les Arabes (*Omar Khayyam* et autres), et surtout le Perse *Al-Kachi*(1380-1429) de l'école de Samarcande, pour voir la trigonométrie sortir de ses premières notions. En Europe, *Johannes Müller von Königsberg* (1436-1476), connu sous le pseudonyme *Regiomontanus*, permit un nouvel essor de la trigonométrie par son traité *De Triangulis omnimodis* (1464) et ses commentaires sur *l'Almageste*.

La généralisation du *théorème de Pythagore* à des triangles non rectangles, déjà amorcée par *Euclide* ne put aboutir qu'avec la trigonométrie arabo-musulmane du Moyen Age. C'est durant la même période que se sont établies les premières tables trigonométriques, pour les fonctions sinus et cosinus. Cela permit à *Ghiyath al-Kachi* (voir supra), de mettre la généralisation du théorème sous une forme utilisable pour la triangulation.

En occident, *François Viète*(1540-1603) l'aurait paraît-il, redécouverte indépendamment, mais *al-Kachi* était mort depuis plus d'un siècle ! Au début du XIX^e siècle, les notations algébriques modernes permettent d'écrire le théorème sous sa forme actuelle :

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ ou encore :
$\cos C = (a^2 + b^2 - c^2)/ 2ab$

D'après *J.L. Chabert*, *al-Kachi* aurait même calculé sin 1°, dans le système sexagésimal, en effectuant 10 approximations successives. Son résultats avec 18 chiffres significatifs correspondant dans le système décimal à :

sin 1° = 0, 017 452 406 437 283 571. Avec une calculatrice ne donnant que 10 décimales, j'ai trouvé ce chiffre exact jusqu'à cette dixième décimale ! Mais, cet auteur ne nous dit pas si *al-Kachi* avait continué ses travaux sur les autres valeurs angulaires et avec quel intervalle.

En Europe, deux mathématiciens s'illustrèrent plus tard:

L'Autrichien *Georg Joachim Lauchen*, surnommé *Rhéticus* (1514-1574), publie en 1554 *Canon doctrinæ triangulórum*, avec sa première table trigonométrique. Il entreprend ensuite un travail qu'il ne terminera pas : des tables avec 15 chiffres significatifs, pour tous les angles avec un intervalle de 10 secondes. Son disciple *Valentinius Otho* les publiera en 1596 sous le titre Opus palatinium. Mais son calcul sera entaché d'erreurs.

Bartoloäus Pisticus (1561-1613) fera plusieurs publications introduisant pour la première fois, le mot trigonométrie. Il publie l'année de sa mort *Thesaurus mathematicus* où, après avoir recalculé les tables de *Rhéticus*, il publie une table des sinus avec 15 décimales. Pour le 1^er^ et pour le 89^ème^ degré, l'intervalle des tables est de 1'' ; pour les valeurs de 2 à 88° l'intervalle des tables et de 10''.

En 1748, *Leonhard Euler* (1707-1783) publie son ouvrage *Introductio in analysis infinitorum*. Il y ouvre la voie des considérations analytiques des fonctions trigonométriques en Europe en les définissant à partir de développements en séries, ce qui améliore le calcul des valeurs naturelles. On lui doit la notation moderne des fonctions trigonométriques.

LES LOGARITHMES

Au XVIIe siècle, une grande découverte révolutionne les calculs des astronomes et géographes, c'est celle du logarithme, fonction continue qui transforme un produit en somme et une division en différence.

Dans un premier temps, l'Ecossais *John Napier*, ou *Neper* en Français, (1550-1617) cherchait à simplifier les calculs trigonométriques nécessaires en astronomie. Par une approche cinématique créant un lien entre les progressions arithmétique et géométrique, il arriva à définir le logarithme d'un sinus.

Il publia le résultat de ses recherches en 1614 dans *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, où il donne des tables à 8 décimales. En complément de cet ouvrage, il faut ajouter les 91 pages du *Mirifici logarithmorum canonis constructio*, écrites en 1614, et publiées en 1619, deux ans après sa mort, par son fils Robert. Elles décrivent, pour la première fois, comment construire une *Table de Logarithmes*.

Il fit des émules. Dès 1615, le mathématicien Anglais *Henry Briggs* (1556-1630) se rapproche de *Neper*, établissant en 1617 une première table *Logarithmorum Chilias Prima* (En vieux français, chiliade exprimait un ensemble de choses réunies 1000 par 1000). En 1620, le Gallois *Edmund Gunter* (1581-1626) publie *Canon triangulorum* (Canon des triangles), dans lequel le mot cosinus figure pour la première fois. Les tables de *Gunter* sont publiées à Paris en 1626, avec la première « chiliade » de *Briggs*, chez *Melchior Mondière*. *Delambre*, qui possédait l'ouvrage, nous en dit : *il contient des logarithmes à 7 figures, outre la caractéristique des sinus et tangentes, toutes les minutes du quart de cercle. La caractéristique et les 8 décimales sont imprimées de suite, sans aucun point de séparation. Ces logarithmes sont dans le système convenu entre Neper et Briggs.*

On cite aussi le Suisse *Jost Bürgi* (1552-1632), astronome et constructeur d'instruments. Indépendamment de *Neper*, il aurait rédigé en 1588 *Canon sinuum* qui a été égaré et il publia à Prague, en 1620, une table d'antilogarithmes : *Arithmetische und Geometrische Progress-Tabulen*.

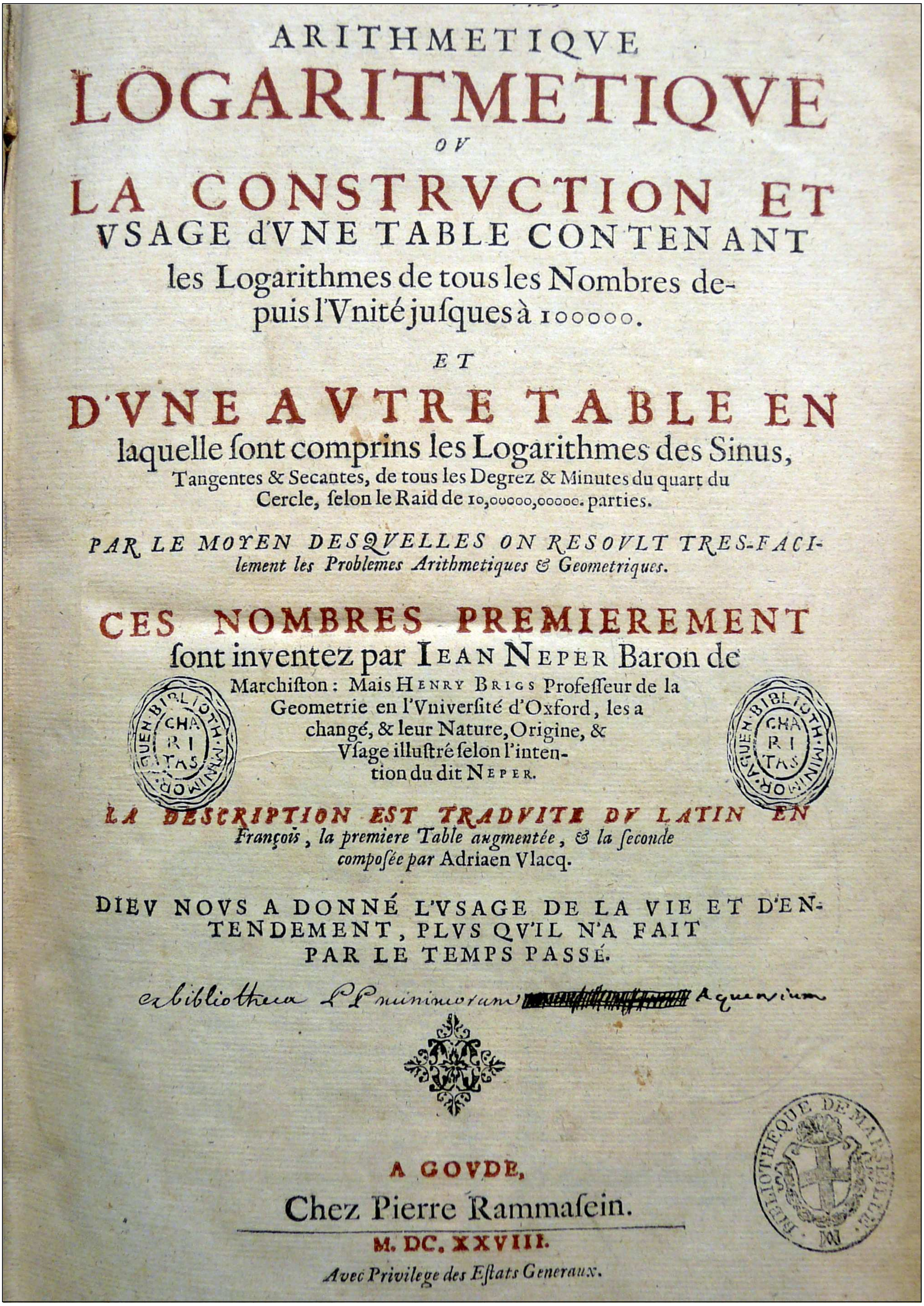
Quant à *Briggs*, sept ans après la mort de *Neper*, il publie en 1624 un traité signé de leurs deux noms et intitulé *Arithmetica Logarithmetica*, contenant des tables de logarithmes décimaux, où le logarithme du nombre 1 vaut 0 et celui du nombre 10 vaut 1. *Briggs* améliore aussi la notation décimale de *Stevin*. Cette œuvre sera complétée puis traduite du Latin en Français par *Adriaen Vlacq* en 1628, sous le titre ARITHMETIQUE LOGARITMETIQUE. Les 84 premières pages sont consacrées à la manière dont ont été calculés les logarithmes et aux problèmes financiers et trigonométriques que l'on peut résoudre avec ces tables. Dans ces pages il est fait référence à l'*Opus Palatinum* pour les valeurs naturelles et au *Canon des Triangles de Gunter* pour les logarithmes. Suivent 660 pages donnant les logarithmes de 1 à 100 000 avec 10 décimales, puis 90 pages donnant les logarithmes des sinus, tangentes et sécantes, de degré en degré et minute en minute, toujours avec 10 décimales! De plus les tables comportent les différences nécessaires aux interpolations.

Lors des quelques vérifications que j'ai faites avec une calculatrice, les dix décimales étaient exactes. Pourtant, il s'est avéré que la dixième décimale, parfois la neuvième n'étaient pas toujours justes suite à la méthode de calcul utilisée. *Vlacq* reprit donc les calculs de *Briggs* pour publier, toujours à *Gouda*, de nouvelles tables en 1633 : *Trigonometria artificialis*, donnant les logarithmes de 4 fonctions trigonométriques, avec 10 décimales, le cosinus étant nommé sinus compl. Plus tard, il s'avéra encore que ces tables n'étaient pas parfaites au-delà de la 8^ème^ décimale.

La même année 1633, l'éditeur de *Vlacq* imprime *Trigonometria Britannica* de *Briggs* décédé trois ans auparavant. Les tables donnent les degrés et, fait étonnant pour l'époque, les minutes centésimales. On y trouve cinq colonnes donnant les valeurs naturelles des sinus (15 décimales), celle des tangentes et cotangentes (10 décimales), les logarithmes des sinus (15 décimales) et ceux des tangentes (10 décimales). On remarque que la notation actuelle des chiffres plus petits que 1 n'est pas encore employée : 0,00125.000 est noté 125000.

Usage des tables par les géographes

Les grandes mesures topographiques modernes ont commencé avec *l'Abbé Picard* (1620-1682) qui mesura l'arc de méridien entre Paris et Amiens (1669-1671) par triangulation et mesures astronomiques. D'après *J.J. Levallois*, ses observations n'ont pas été retrouvées, il faut supposer que ses calculs non plus. Il est vraisemblable qu'ils aient été exécutés avec les tables de logarithmes décimaux de *Neper* et *Briggs* ou de *Gunter* auxquelles *Delambre* fait référence. Ce fut aussi le cas pour la méridienne de *Cassini* (1683-1718), puis de tous les grands travaux entrepris au XVIII^e^ siècle par les géodésiens et cartographes français, si bien décrits par *J.J. Levallois*.


ARITHMETIQVE

LOGARITMETIQVE

OV

LA CONSTRVCTION ET VSAGE d'VNE TABLE CONTENANT les Logarithmes de tous les Nombres depuis l'Vnité jusques à 100000.

ET

D'VNE AVTRE TABLE EN laquelle sont comprins les Logarithmes des Sinus, Tangentes & Secantes, de tous les Degrez & Minutes du quart du Cercle, selon le Raid de 10,00000,00000. parties.

PAR LE MOYEN DESQVELLES ON RESOVLT TRES-FACILEMENT les Problemes Arithmetiques & Geometriques.

CES NOMBRES PREMIEREMENT sont inventez par IEAN NEPER Baron de Marchiston: Mais HENRY BRIGS Professeur de la Geometrie en l'Vniversité d'Oxford, les a changé, & leur Nature, Origine, & Vsage illustré selon l'intention du dit NEPER.

LA DESCRIPTION EST TRADVITE DV LATIN EN François, la premiere Table augmentée, & la seconde composée par Adriaen Vlacq.

DIEV NOVS A DONNÉ L'VSAGE DE LA VIE ET D'ENTENDEMENT, PLVS QV'IL N'A FAIT PAR LE TEMPS PASSÉ.

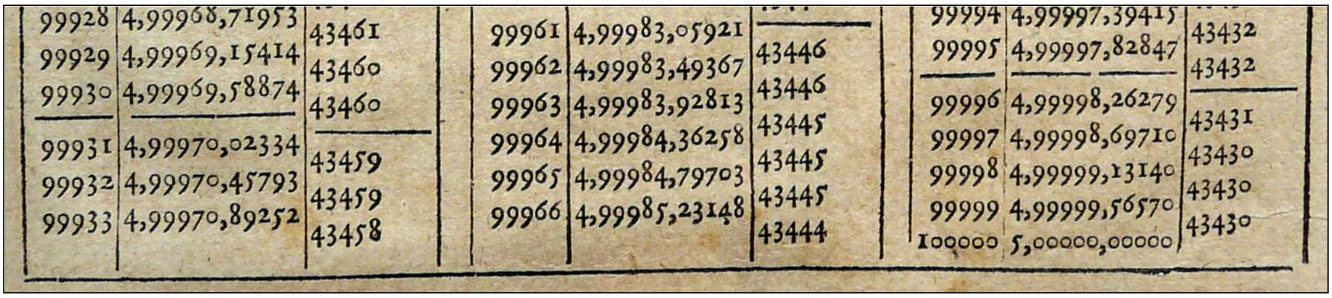
A GOVDE,

Chez Pierre Rammasein.

M. DC. XXVIII.

Avec Privilege des Estats Generaux.

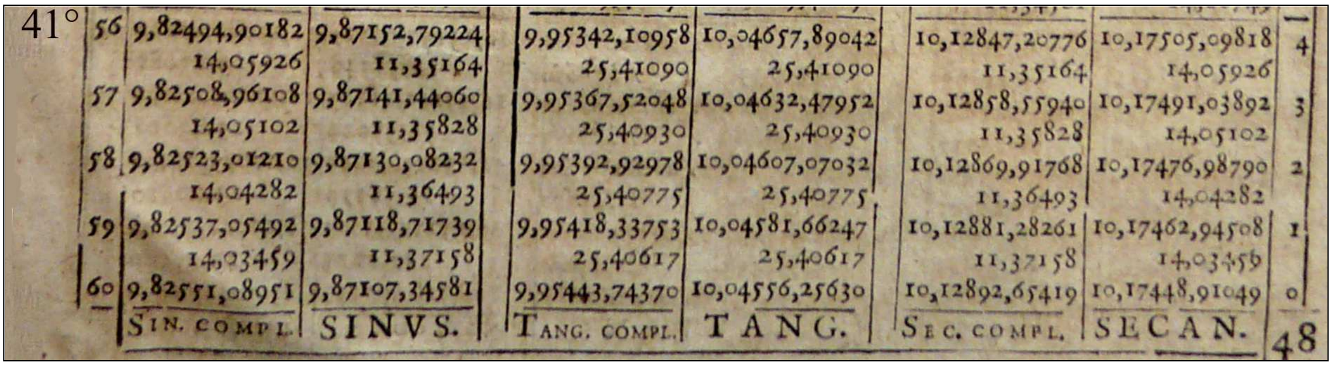
Fig. 10 :Un monument historique des calculs, qui a servi jusqu'au début du XIXe siècle et que nous avons eu la chance de trouver en parfait état, quatre siècle après sa parution, à la bibliothèque de l'Alcazar à Marseille. Goude, ou Gouda, est plus connu pour ses fromages! (BMVR de Marseille, Fonds rares et précieux. RES22405).



99928	4,99968,71953	43461	99961	4,99983,05921	43446	99994	4,99997,39415	43432
99929	4,99969,15414	43460	99962	4,99983,49367	43446	99995	4,99997,82847	43432
99930	4,99969,58874	43460	99963	4,99983,92813	43445	99996	4,99998,26279	43431
99931	4,99970,02334	43459	99964	4,99984,36258	43445	99997	4,99998,69710	43430
99932	4,99970,45793	43459	99965	4,99984,79703	43445	99998	4,99999,13140	43430
99933	4,99970,89252	43458	99966	4,99985,23148	43444	99999	4,99999,56570	43430
						100000	5,00000,00000	

Fig. 11 (En haut) : Dernière page des logarithmes des nombres de 1 à 100.000. Remarquez les virgules tous les 5 chiffres et les différences, sur la droite. Prenez vos calculatrice, vous trouverez les mêmes chiffres!

Fig. 12 (En bas) : Dans la table des sinus, pour éviter les caractéristiques négatives, on a rajouté 10. Aujourd'hui, Log sin 41°57' serait noté -0,17492 03892. Par contre, pour une tangente supérieure à 1, on retrouve la mantisse actuelle, mais la caractéristique a aussi été augmentée de 10. Notez les différences, comment se faisaient les interpolations?



41°

56	9,82494,90182	9,87152,79224	9,95342,10958	10,04657,89042	10,12847,20776	10,17505,09818	4
	14,05926	11,35164	25,41090	25,41090	11,35164	14,05926	
57	9,82508,96108	9,87141,44060	9,95367,52048	10,04632,47952	10,12858,55940	10,17491,03892	3
	14,05102	11,35828	25,40930	25,40930	11,35828	14,05102	
58	9,82523,01210	9,87130,08232	9,95392,92978	10,04607,07032	10,12869,91768	10,17476,98790	2
	14,04282	11,36493	25,40775	25,40775	11,36493	14,04282	
59	9,82537,05492	9,87118,71739	9,95418,33753	10,04581,66247	10,12881,28261	10,17462,94508	1
	14,03459	11,37158	25,40617	25,40617	11,37158	14,03456	
60	9,82551,08951	9,87107,34581	9,95443,74370	10,04556,25630	10,12892,65419	10,17448,91049	0
	SIN. COMPL.	SINVS.	TANG. COMPL.	TANG.	SEC. COMPL.	SECAN.	48

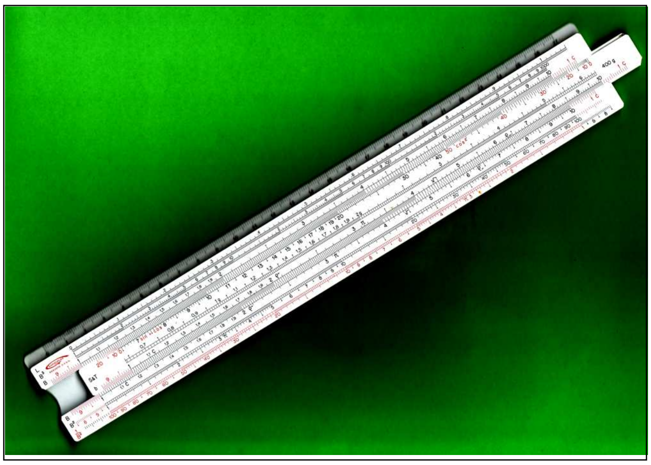


Fig. 13 (à gauche): une application des logarithmes : la règle à calculs qui était encore employée en 1976, par les géomètres de l'IGN, lors des travaux de terrain de la dernière coupure de la carte 1/25 000.

Les tables du cadastre

Il est évident que le calcul des tables nécessaires aux utilisateurs demandait un travail énorme. Les méthodes de *Briggs* étaient compliquées et si il avait calculé seul sa table des logarithmes trigonométriques, à raison de 20 lignes par jour, cela lui aurait pris plus de deux ans ! En fait, on ne sait comment ces tables furent calculées.

En vue de la future triangulation de la France et de l'adoption du système métrique, la Révolution française décida le calcul de nouvelles tables à la fin du XVIII[e] siècle. Ce travail fut dirigé par le baron *de Prony* (1755-1839) l'un des promoteurs du système métrique. Bien qu'il estimât à 12 décimales la limite générale de précision, il fit calculer des tables de logarithme à 14 décimales des nombres de 1 à 200.000 et des lignes trigonométriques de milligrade en milligrade. Certaines valeurs telles celles des sinus de grade en grade furent calculées à 25 décimales ! Pour la première fois apparaissaient les grades. Il organisa ses calculateurs en trois groupes. Le premier groupe comprenait une demi-douzaine de mathématiciens éminents, parmi lesquels *Adrien Legendre* et *Lazare Carnot*, chargés d'établir les formules mathématiques nécessaires à la production de tables trigonométriques à 14 décimales. Ils utilisèrent une méthode des différences finies, avec développements en série et approximations successives. Le deuxième groupe, également assez réduit (sept ou huit calculateurs ou algébristes), organisait les calculs et compilait les résultats pour publication. Enfin, le troisième groupe, d'une soixantaine de personnes, faisait les calculs proprement dits, qui se résumaient à des additions et à des soustractions en chaîne.

Le centre de calcul fut appelé "manufacture à logarithmes". Les travaux effectués dans cette usine à chiffres dureront deux ans et se traduiront par des milliers de pages formant 17 volumes manuscrits. En 1819, lors de la négociation avec le gouvernement britannique pour la publication à frais commun de ces tables, *Delambre* disait d'elles : *"Ces tables, non plus que celles de Briggs, ne serviront pas dans les cas usuels, mais seulement dans les cas extraordinaires. Comme celles de Briggs, elles seront la source où viendront puiser tous ceux qui impriment des tables usuelles avec plus ou moins d'étendue. Elles serviront de point de comparaison pour tout ce qui a été fait ou se fera."*

En fait, ces tables ne furent jamais publiées, ses deux exemplaires manuscrits sont détenus par *l'Observatoire de Paris* et *l'Institut de France*, ayant servi de base à l'édition de tables moins volumineu-

1° Calcul du point X_0Y_0 relatif a 2 visées d'intersection issues de A et B.		$Y_0-Y_A = \dfrac{(X_A-X_B)-tgV_B(Y_A-Y_B)}{tgV_B-tgV_A}$ $X_0-X_A = tgV_A(Y_0-Y_A)$
X_A = 503 531, 17 X_B = 508 025, 11	Y_A = 91 793 , 03 Y_B = 92 128 , 64	tgV_A = + cotg .... v_A (v_A <50°) v_A = 30^{G}3 626" 0·51 666 907 Δ = ... 5 174
X_A-X_B = − 4 493 , 94 $-tgV_B(Y_A-Y_B)$ = − 231 , 63	Y_A-Y_B = − 335 , 61	0·51 672 081 tgV_A = +1·93 528 100
Numér. = − 4 725 , 57		tgV_B = ... − tg .... v_B (v_B <50°) v_B = 38^{G}4 580" 0·69 998 260 Δ = 23.188 18 550
Y_0-Y_A = + 1 799 , 91 Y_A = 91 793 , 03	X_0-X_A = + 3 483 , 33 X_A = 503 531 , 17	0·69 016 810 tgV_B = −0·69 016 810
Y_0 = 93 592 , 94	X_0 = 507 014 , 50	$tgV_B - tgV_A$ = − 2·62 544 910

Fig. 14 : Imprimé IGN de 1960 pour le calcul d'une intersection avec les valeurs naturelles donnant 8 chiffres après la virgule. VA correspond à VAM et VB à VBM.

Fig. 15 : Imprimé partiel IGN des années 1960 aussi, donnant une partie du calcul des droites de hauteur. Il n'y a que 7 décimales avec les logarithmes, ce qui est cohérent avec une précision des mesures angulaires de 1 dmgr.

Coordonnées réduites au jour δ = + 21°00'51"54	α = 20^{h}36^{m}8^{s}56
δ_0 = + 21°00'50"00 (1)	log sin I = $\bar{2}$,8115318 ....
$\delta - \delta_0$(algébrique) = + 1"54	log sin II = $\bar{7}$,6463755 ....
φ_0 = + 43°35'33"00	col cos δ_0 = 0,0298887 ....
z' = 30° 0'31"00 (2)	col cos φ = 0,1401042 ....
$z' - \varphi$ = − 13°35'02"	log sin² $\frac{AH_0}{2}$ = $\bar{2}$,6279002 ....
$z' + \varphi$ = + 73°36'04"	interpolation 78453 ....
$\frac{z'-\varphi}{2}$ = − 6°47'31"00 (3)	0549 ....
	AH'_0 = 1^{h}35^{m}07^{s}37
$\frac{\delta_0}{2}$ = + 10°30'25"00	$+(\delta-\delta_0)\frac{dAH}{d\delta}$ = + 0^{s}15
	AH' = 1^{h}35^{m}07^{s}52
$\frac{z'+\varphi}{2}$ = + 36°48'02"00	$+\alpha$ = 20^{h}36^{m}08^{s}56
(I) $\frac{z'-\varphi}{2} + \frac{\delta_0}{2}$ = + 3°42'54"	H' = 19^h.1^m.1^{s}04
(II) $\frac{z'+\varphi}{2} - \frac{\delta_0}{2}$ = + 26°17'37"	$-H_0$ = 19^h.1^m.2^{s}07
Vérification I+II = 30°00'31" = z'	Δ_1 H''' = − 1^{s}03

ses. Pour *Pierre Clergeot*, on peut penser qu'à partir du moment où les levers cadastraux furent dissociés de la perspective d'une nouvelle triangulation française, ces tables n'avaient plus leur utilité au cadastre où des tables de logarithmes à cinq décimales suffisaient pour la plupart des opérations.

Jean-Charles de Borda (1733-1799) étant décédé, *Jean-Baptiste Joseph Delambre* (1749-1822) compléta et publia les tables trigonométriques décimales que le premier avait calculées. Elles paraissent en l'an IX de la République (1800), éditant pour la première fois les grades, minutes et secondes centésimales. Mais faute d'un vocabulaire non encore créé, on ne parle pas de grades, mais toujours de degrés… Aujourd'hui, on parlerait de gons! Ces tables de logarithmes, comme celles employées encore en 1970 à l'IGN comportent 7 décimales avec une table complémentaire pour trouver avec 10 décimales les logarithmes des sinus et tangentes d'un arc quelconque. Il n'y a pas encore de caractéristiques négatives et log sin 1 gr s'écrit 8.1961020, comme chez Briggs. Les tables de logarithme restèrent le moyen de calcul le plus utilisé, même au XX^e siècle, avant l'arrivée de l'informatique.

Usage des tables par les géographes et topographes

En 1970 encore, de nombreux imprimés IGN comportaient des calculs où les formules trigonométriques avaient été adaptées pour faire les calculs avec les logarithmes ! Bien sûr, les machines à calcul *Vaucanson* ou *Facit* permettaient d'employer les valeurs naturelles, mais elles coûtaient cher et tous les calculs simples étaient faits avec les logarithmes! Il y avait aussi de longues habitudes qui perduraient. Une seule ombre au tableau, celle des interpolations dans les tables, qui souvent ne donnaient les valeurs angulaires que de centigrade en centigrade. Comme on ne travaillait pas sur des fonctions linéaires, dès

Table de valeurs naturelles des rapports trigonométriques.

27°

′	Sinus	D	Tang.	D	Cotg.	D	Cosinus	D	′
30	0,46175	26	0,52057	37	1,92098	136	0,88701	13	**30**
31	201	25	094	37	1,91962	136	0,88688	14	29
32	226	26	131	37	826	136	74	13	28
33	252	26	168	37	690	136	61		27

36	
10"	6
20	12
30	18
40	24
50	30

Fig. 16 : Les belles tables que nous utilisions en 1ère ou en terminale. Les différences D servaient aux interpolations qui ne posaient pas de problème avec seulement 5 décimales, différemment des tables à 8 décimales, interdisant des interpolations proportionnelles.

que la précision le nécessitait, il était nécessaire de faire des interpolations paraboliques ou barycentriques!

Digression sur les décimales…

La meilleure précision des mesures angulaires étant le décimilligrade (tan 0.0001 gr = 1/636620), même en prenant 2 décimales supplémentaires pour les calculs, 8 décimales suffisaient aux géodésiens. D'ailleurs, trente kilomètres estimés en millimètre ne donnent que 8 chiffres significatifs. De ce fait, dans les années 1950-1960, les tables employées à l'IGN pour la triangulation de 3ème ordre ne donnaient que 8 décimales. On en utilisait 7 pour les calculs d'astronomie de position à partir du catalogue FK3 (Fundamental Katalog 3). Pour les petits travaux de topographie, les tables à 5 décimales suffisaient. Sur les machines Vaucanson, on ne pouvait donner que 10 chiffres maximum au multiplicande et 8 au multiplicateur.

Aujourd'hui, avec des satellites distants de 20.000 km, la précision du millimètre nécessiterait des tables avec 12 chiffres significatifs, mais ce sont les ordinateurs qui font les calculs !

On peut alors se poser des questions concernant l'utilité des 15 décimales de nombreuses tables, vues précédemment. Pourquoi ne pas s'être contenté de 10 décimales comme Briggs. Prony avait fixé à 12 décimales la limite générale de précision de ses logarithmes, mais les calculs furent faits à 14 décimales et même 19, ou 22 décimales pour certaines valeurs! Le commentaire de Delambre n'éclaire qu'en partie sur ce luxe de décimales, était-il destiné à certains calculs astronomiques ou à certaines recherches mathématiques? On retrouve beaucoup plus ici, *le souci d'absolu d'un mathématicien que le souci terre à terre d'un physicien limité par la réalité de ses mesures.*

L'ARRIVEE DE L'INFORMATIQUE

A partir des années 1960, l'informatique fait peu à peu son apparition. En 1972 apparaissent les premières calculatrices HP 35, très coûteuses. Elles donnent, avec plus de précision, les valeurs que l'on pouvait obtenir avec une règle à calcul. La deuxième génération, plus accessible, apparaît en 1974 avec la HP 65 programmable. La mémoire permanente intégrée étant encore trop onéreuse, une mémoire de masse sous forme de languette magnétique en fait fonction. Cependant, le manque de capacité mémoire ne permet pas encore de calculs trop complexes, mais on s'affranchit des tables et des interpolations, ce qui amène un gain considérable dans les temps de calcul. En 1977, apparaît le premier micro-ordinateur dont l'emploi va se généraliser à partir du milieu des années 1980. Les calculs matriciels qui étaient réservés aux gros ordinateurs, deviennent alors accessibles à tous les géodésiens et permettent une résolution élégante de nombreux problèmes. Adieu les fastidieux tableaux de *Doolittle* sur lesquels nous nous étions échinés ! En moins d'une décennie, les calculs vont connaître une révolution dont l'ampleur était difficile à imaginer, jetant à la trappe tous les procédés de calcul antérieurs. Les mémoires et la puissance de calcul extraordinaires engendrées ouvrent la voie à de nouveaux algorithmes, logiciels et à de nombreuses applications impensables sans elles.

Peut-on rappeler que le système binaire utilisé en informatique avait déjà fait l'objet d'une communication: *Explication de l'arithmétique binaire*, faite par *Leibnitz* en 1703!

L'avènement de l'informatique a déjà fait l'objet d'un article sur XYZ n° 112. Aujourd'hui, cet article est déjà obsolète!

Remerciements

Je remercie ceux qui ont aimablement répondu à mes courriers et demandes de renseignement : MM. Raymond D'Hollander, Pierre Clergeot et Gilles Bertaud du service du cadastre, Gilles Cannaud de l'IGN, Laïla Nehme épigraphiste, Jean-Louis Rocourt pour le prêt de l'ouvrage de G. Ifrah . Je remercie aussi Françoise Duquenne et le comité de lecture d'XYZ, Roger Serre et Jacques Baduel pour leur relecture et leurs observations.

BIBLIOGRAPHIE

•Jean NEPER Baron de Marchiston, Henry BRIGS, 1628, Arithmétique logarithmétique, à Goude, chez Pierre Rammasein (Complété et traduit du latin par A. Vlacq)
•Ch. BORDA, J.B. DELAMBRE, 1800 (an IX), Tables trigonométriques décimales ou table des logarithmes des sinus, sécantes et tangentes, Imprimerie de la République, Paris.
•Jean Baptiste DELAMBRE, 1821, Histoire de l'astronomie moderne, Mme Vve Courcier, Librairie pour les Sciences, Paris, tome I, 709p.
•M. F. LEFORT, 1858, Description des grandes tables logarithmiques et trigonométriques calculées au bureau du cadastre sous la direction de Prony, Annales de l'Observatoire Impérial de Paris, t. 4, pp. 123-150
•René TATON, 1969, Histoire du calcul, Que sais-je n° 198, PUF, Paris
•Georges IFRAH, 1981, Histoire universelle des chiffres, l'intelligence des hommes racontée par les nombres et les calculs, Seghers, Paris, 2 tomes de 1042 et 1010 p., rééd. Laffont, 1994-1995
•Jean-Jacques LEVALLOIS, 1988, Mesurer la terre, 300 ans de géodésie française, AFT, Paris, 389p.
•Jean-Luc CHABERT et alii, 1994, Histoire d'algorithmes, du caillou à la puce, Belin, Paris, 591 p.
•Raymond D'HOLLANDER, 2003, Sciences géographiques dans l'Antiquité, AFT-ENSG, Paris, 464 p.
•Valère-Marie MARCHAND, 2004, *Le verbe géomètre,* Editions alternatives.140p.
•Paul COURBON, 2007, L'informatique et le traitement des données, XYZ n° 112, AFT, pp. 29-36

Cet article est paru dans la XYZ N°128, 3ème trim. 2011, revue de l'Association Française de topographie.